This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06638436 7

PWH
Donald

TPL H

A

LA MÉMOIRE DE MA MÈRE.

297
RE

Pouvoir

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. R. DONGIER,

Ancien Élève de l'École Normale supérieure,
Agrégé des Sciences physiques, Préparateur à la Faculté des Sciences de Paris,
Répétiteur à l'Institut national agronomique.

1re THÈSE. — *Physique.* — POUVOIR ROTATOIRE DU QUARTZ DANS L'INFRA-ROUGE.

2e THÈSE. — *Minéralogie.* — VARIATION DE LA BIRÉFRINGENCE DU QUARTZ AVEC LA DIRECTION DE LA COMPRESSION.

Soutenues le 8 juin 1898, devant la Commission d'Examen.

MM. LIPPMANN, *Président.*
HAUTEFEUILLE, BOUTY, } *Examinateurs.*

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1898

UNIVERSITÉ DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
341079B
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS
R 1946 L

	MM.	
Doyen	DARBOUX, Professeur...	Géométrie supér.
Professeur honoraire	HERMITE.	
Professeurs	DE LACAZE-DUTHIERS.	Zoologie, Anatomie, Physiol. comparée.
	TROOST	Chimie.
	FRIEDEL	Chimie organique.
	LIPPMANN	Physique.
	HAUTEFEUILLE	Minéralogie.
	BOUTY	Physique.
	APPELL	Mécanique rationn.
	DUCLAUX	Chimie biologique.
	BOUSSINESQ	Calcul des probabilités, Physique mathématique.
	PICARD	Analyse supérieure et Algèbre supér.
	POINCARÉ	Astronomie mathématique et Mécanique céleste.
	YVES DELAGE	Zoologie, Anatomie, Physiol. comparée.
	BONNIER	Botanique.
	DASTRE	Physiologie.
	DITTE	Chimie.
	MUNIER-CHALMAS	Géologie.
	GIARD	Zoologie, Évolution des êtres organisés.
	WOLF	Astronomie phys.
	KŒNIGS	Mécanique phys. et expérimentale.
	VÉLAIN	Géographie phys.
	GOURSAT	Calcul différentiel et Calcul intégral.
Professeurs adjoints	CHATIN	Zoologie, Anatomie, Physiol. comparée.
	PELLAT	Physique.
	PUISEUX	Mécanique et Astronomie.
Secrétaire	FOUSSEREAU.	

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
24916 Quai des Grands-Augustins, 55.

A

MONSIEUR BOUTY,

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

Hommage de respectueuse affection.

PREMIÈRE THÈSE.

POUVOIR ROTATOIRE

DU

QUARTZ DANS L'INFRA-ROUGE.

Introduction. — Les mesures récentes du pouvoir rotatoire du quartz dans l'infra-rouge ont donné des résultats contradictoires et les différences entre les nombres des divers expérimentateurs sont de beaucoup supérieures aux erreurs maxima annoncées par chacun d'eux. On peut s'en rendre compte en consultant le diagramme (*fig.* 1) où sont représentés les résultats de M. Hussel [1] (H), de M. Carvallo [2] (C), de M. Moreau [3] (M) et de M. Hupe [4] (H_p). Jusqu'à $0^{\mu},85$ les mesures sont toutes sensiblement concordantes. Pour de plus grandes longueurs d'onde, les nombres de M. Moreau ont des valeurs nettement plus faibles que ceux de M Carvallo et de M. Hupe. Ces derniers se suivent à très peu près jusqu'à $1^{\mu},87$; à partir de là et pour des longueurs d'onde croissantes, les valeurs de M. Hupe diminuent plus vite que celles de M. Carvallo. Les courbes de M. Moreau et de M. Hupe, prolongées

(1) Hussel, *Wiedemann's Annalen*, t. XLIII, 1891.

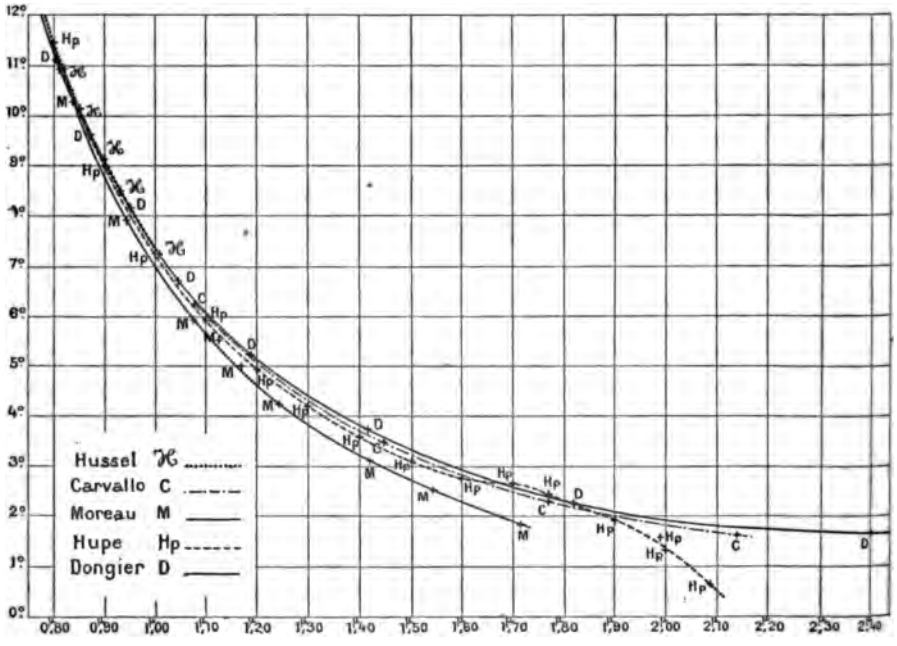
(2) Carvallo, *Annales de Ch. et de Ph.*, 6e série, t. XXVI, p. 113; 1892.

(3) Moreau, *Annales de Ch. et de Ph.*, 6e série, t. XXX, p. 433; 1893.

(4) Hupe, *Die Rotations Dispersion ultrarother Strahlen im Quartz* (*Progr. d. Realschule zu Charlottenburg*, Ostern, 1894).

par extrapolation de manière à leur conserver la même allure générale, conduiraient à considérer le pouvoir rotatoire comme extrêmement faible, sinon nul, pour les longueurs d'onde supérieures à $2^{\mu},30$. Dans ces conditions,

Fig. 1.



il m'a paru utile de reprendre ces déterminations, en employant un procédé différent, que je crois plus précis, et dont voici le principe.

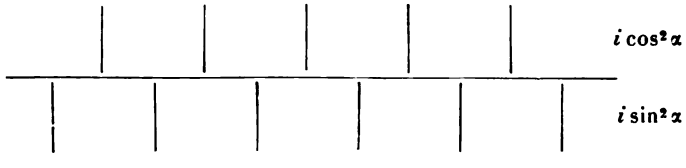
I. — Principe de la méthode.

Un canon de quartz, traversé dans le sens de l'axe par de la lumière blanche polarisée rectilignement, fait tourner, d'angles qui vont en croissant du rouge au violet, les azimuts correspondant aux différentes radiations du spectre.

Pour une radiation λ, dont la vibration fait à l'émergence l'angle α avec la section principale du nicol analyseur, il ne passe que la fraction $i\cos^2\alpha$ de l'intensité i avant l'incidence. Aux radiations qui satisfont à la relation $\cos^2\alpha = 0$ ou $\alpha = \frac{\pi}{2} + n\pi$ correspondent dans le spectre des franges noires, ou des minima d'intensité calorifique entre lesquels se trouvent les maxima correspondant à $\cos^2\alpha = 1$ ou $\alpha = n\pi$. Ces bandes, d'autant plus nombreuses que l'épaisseur du quartz est plus grande, sont des repères utiles dans l'infra-rouge. M. Hupe, qui les a utilisées, déterminait leurs positions au moyen du bolomètre.

Les mêmes apparences sont reproduites lorsqu'on fait tourner la section principale de l'analyseur d'un angle égal à 90°, mais les maxima précédents sont alors remplacés par des bandes noires et les minima par des maxima. La fraction de l'intensité transmise est, en effet, représentée par $\sin^2\alpha$, qui s'annule pour $\alpha = n\pi$ et prend des valeurs maxima pour $\alpha = \frac{\pi}{2} + n\pi$.

Les deux images d'un analyseur biréfringent permettent de réaliser simultanément ces deux cas. Si l'appareil dispersif est établi de telle sorte que les deux spectres soient juxtaposés, l'intensité dans le spectre supérieur étant donnée par $i\cos^2\alpha$, celle dans le spectre inférieur par $i\sin^2\alpha$, on a l'apparence suivante



La différence des intensités dans l'un et dans l'autre spectre, pour une même longueur d'onde λ, est représentée par

$$y = i\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = i\cos 2\alpha.$$

La plus grande valeur absolue de cette expression est i lorsque $\alpha = n\frac{\pi}{2}$; les radiations correspondent alors aux franges de l'un et de l'autre spectre.

Cette expression prend une valeur égale à o pour $\alpha = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$. Il existe donc entre deux franges successives du spectre supérieur et du spectre inférieur, une longueur d'onde pour laquelle les intensités sont les mêmes dans les deux spectres. *Ce sont ces radiations, dont on détermine la longueur d'onde, qu'on utilise comme repères dans ce travail.* Ces repères assurent, en effet, les meilleures conditions de sensibilité. Dans la dérivée

$$\frac{dy}{d\lambda} = -2i\sin 2\alpha . \frac{d\alpha}{d\lambda},$$

le coefficient $\sin 2\alpha$ prend sa plus grande valeur absolue, l'unité, pour les valeurs de α égales à $\frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$, correspondant à l'égalité d'intensité dans les deux spectres. Le procédé expérimental qui mesure y avec une précision toujours la même et égale à Δy, permet d'aborder la mesure de λ avec une approximation d'autant meilleure que $\Delta\lambda$ est plus faible, c'est-à-dire que $\frac{\Delta y}{\Delta\lambda}$ ou à la limite $\frac{dy}{d\lambda}$ est plus grand.

La mesure de la différence y des intensités d'une même radiation dans les deux spectres peut être faite au moyen d'une pile thermo-électrique différentielle ou d'un bolomètre différentiel. Après avoir obtenu le parallélisme des sections principales du polariseur et de l'analyseur, on explore le spectre à partir de l'extrême infra-rouge et on mesure les longueurs d'onde $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ correspondant à des déviations nulles du galvanomètre et subissant des rotations égales à

$$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, \ldots, \frac{\pi}{4} + (n-1)\frac{\pi}{2}.$$

On peut ainsi fixer *rigoureusement* le pouvoir rotatoire ω dans la relation $f(\omega, \lambda) = 0$; de sorte que l'erreur expérimentale porte seulement sur la mesure de la longueur d'onde λ. Dans les méthodes employées jusqu'à ce jour, à part celle de M. Hupe, on détermine expérimentalement à la fois λ et ω; les causes d'erreur portent donc à la fois sur deux groupes distincts d'expériences [1].

---

[1] Ce procédé peut être comparé à celui qui permet la mesure de la biréfringence, à l'aide du spectre cannelé de Fizeau et Foucault. On interpose entre deux nicols croisés une lame cristalline parallèle à l'axe, dont la section principale est bissectrice de l'angle des sections principales des nicols; les cannelures correspondent à des radiations pour lesquelles la différence de marche $(n_e - n_o)e$ des ondes ordinaire et extraordinaire est égale à $k\lambda$; le nombre k est ici *rigoureusement* déterminé; par conséquent l'approximation de la mesure de $(n_e - n_o)e$ est, comme dans le cas qui nous occupe, fixée par la seule expérience qui détermine la longueur d'onde.

C'est Mouton (*Ann. de Ch. et de Ph.*, 5e série, t. XVIII, p. 145) qui, un des premiers, a appliqué cette méthode à l'étude de la dispersion et de la biréfringence du quartz. Le nombre k de la relation $(n_e - n_o)e = k\lambda$, caractéristique de chaque frange, ainsi que l'épaisseur e de la lame cristalline, s'obtiennent par la mesure, dans le spectre visible, à l'aide d'un réseau connu, de leurs longueurs d'onde et par l'application de la formule de Cauchy $(n_e - n_o) = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2}$, dont les constantes α et β, calculées par la méthode des moindres carrés avec les nombres de M. Mascart, permettent d'obtenir $n_e - n_o$ avec une erreur moindre que $\frac{1}{300}$. Les nombres k et e étant connus, la détermination, avec un prisme de quartz, des indices n_e et n_o de chacune des franges dans l'infra-rouge, suffit pour le calcul de la longueur d'onde correspondante à $\frac{1}{100}$ près. Mouton a donné les résultats relatifs à six longueurs d'onde comprises entre $0^{\mu},76$ et $2^{\mu},14$.

M. Macé de Lépinay (*Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 159) a repris ce procédé en employant un quartz épais et un réseau connu; ses résultats, désormais classiques, s'appliquent au spectre visible et la biréfringence $(n_e - n_o)$ est obtenue avec une approximation plus grande que $\frac{1}{4000}$.

M. Carvallo (*Annales de l'École Normale*, 3e série, t. VII, Supplément; 1890), qui a continué les expériences de Mouton, disposait du système interférentiel employé par ce dernier; il a adopté les longueurs d'onde de Mouton dans la mesure des indices du spath d'Islande, effectuée avec un prisme de cette substance, dont l'arête est parallèle à l'axe.

M. Carvallo (*Ann. de Chimie et de Physique*, 7e série, t. IV, p. 5)

Pour la réalisation expérimentale de cette méthode, j'ai utilisé une partie des appareils qui ont servi à M. Carvallo dans l'étude de la dispersion de la fluorine ([1]).

---

a perfectionné plus tard la méthode d'observation de Mouton, en étudiant la dispersion de la fluorine pour les radiations de l'infra-rouge. Avec un système dispersif convenable et un analyseur biréfringent, on peut obtenir, juxtaposés l'un au-dessous de l'autre, deux spectres complémentaires, à cannelures alternées. Si l'on admet que les sections principales du polariseur et de l'analyseur sont parallèles, on reconnaît facilement que, pour chaque radiation, la fraction de la lumière incidente, qui se trouve dans le spectre ordinaire, est $\sin^2\pi\frac{n_e - n_o}{\lambda}e$ et celle qui se trouve dans le spectre extraordinaire est $\cos^2\pi\frac{n_e - n_o}{\lambda}e$. La différence des intensités, correspondant à une même longueur d'onde, est égale à

$$y = \cos 2\pi\frac{n_e - n_o}{\lambda}e.$$

Cette expression passe par un maximum pour $\frac{n_e - n_o}{\lambda}e = \frac{k}{2}$; ce qui a lieu pour les franges de l'un et de l'autre spectre. M. Carvallo adopte comme repères les radiations pour lesquelles on a la relation $\frac{n_e - n_o}{\lambda}e = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}$; ils correspondent aux conditions de plus grande sensibilité, puisque dans la dérivée

$$\frac{dy}{d\lambda} = -2\pi\sin 2\pi\frac{n_e - n_o}{\lambda}e.\frac{d\left(\frac{n_e - n_o}{\lambda}e\right)}{d\lambda},$$

le coefficient $\sin 2\pi\frac{n_e - n_o}{\lambda}e$ prend la plus grande valeur absolue égale à 1.

Par conséquent, à une valeur Δy, qui représente la précision de la mesure galvanométrique, correspond sur la mesure de λ une approximation $\Delta\lambda$ d'autant plus approchée que le rapport $\frac{\Delta y}{\Delta\lambda}$ ou, à la limite, $\frac{dy}{d\lambda}$ a une valeur plus grande.

Cet exposé montre bien l'analogie qui existe entre le procédé expérimental que j'ai adopté et celui dont s'est servi M. Carvallo dans son étude sur la fluorine.

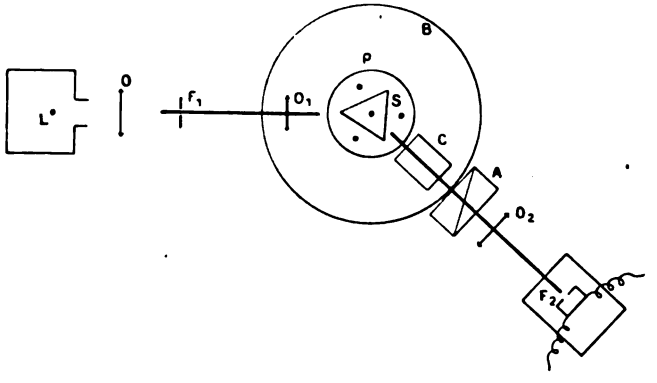
([1]) J'ai pu disposer de ces appareils du mois de juin au mois de novembre 1894; les principales mesures ont été faites à cette époque; je les ai reprises en 1897, afin de préciser quelques résultats que mes premières expériences avaient laissés dans l'incertitude.

Ces appareils appartiennent au laboratoire d'Enseignement physique que dirige M. Bouty à la Sorbonne, où ces recherches ont été faites.

II. — Disposition expérimentale. Description des appareils.

1° *Source calorifique et lentille éclairante.* — J'ai fait, au début de mes expériences, l'essai de la lampe Bourbouze, que M. Carvallo [1] a employée dans ses dé-

Fig. 2.



LÉGENDE.

L, lampe à arc avec régulateur Foucault disposée sur un support permettant deux mouvements de translation, l'un vertical, l'autre transversal. — O, lentille éclairante. — F_1, fente du collimateur. — O_1, lentille achromatique du collimateur. — S, prisme de spath, sert à la fois de polariseur et d'appareil de dispersion. — P, plate-forme du goniomètre. — B, cercle goniométrique. — C, canon de quartz. — A, analyseur biréfringent. — O_2, lentille achromatique de la lunette. — F_2, fente et pile thermoélectrique.

terminations sur le pouvoir rotatoire du quartz; mais je n'ai obtenu avec elle que des déviations galvanométriques insuffisantes. Comme les repères que j'ai adoptés se déterminent par une méthode de zéro, la source calorifique

[1] Carvallo (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXVI, p. 113; 1892).

peut ne pas être constante; il importe surtout qu'elle soit *très intense*. J'aurais pu penser à la chaleur solaire, que M. Moreau a utilisée; mais je n'ai pas voulu l'employer à cause des absorptions très considérables produites dans l'infra-rouge par l'atmosphère, et sur les inconvénients desquelles je reviendrai dans la suite. Je me suis servi de la lampe à arc, avec régulateur Foucault, actionnée par un courant de 12 ampères environ, fourni par des accumulateurs; les charbons bien recuits, de 7^{mm} de diamètre, proviennent de la Société *Le Carbone*, à Levallois-Perret. Dans le cas qui nous occupe, il suffit de conserver constante l'intensité de la source calorifique pendant le temps qui sépare deux mesures successives de part et d'autre des repères adoptés. Il ressort de la discussion des résultats que, pour ce genre d'expériences, cette intensité conserve une valeur suffisamment constante, pendant la durée d'une série de déterminations s'appliquant à toute l'étendue de l'infra-rouge ([1]). Le charbon positif étant disposé au-dessus et en arrière du charbon négatif, on rectifie avant chaque mesure la position de son image, qui est formée sur la fente du collimateur par une lentille éclairante de verre. Pour cela, la lentille *restant fixe*, on agit sur le support à crémaillères qui porte la lampe; la lumière traverse alors, dans une même série d'expériences, toujours les *mêmes portions des surfaces du système optique*; ce qui n'aurait pas lieu si l'on agissait sur la lentille. On évite ainsi les différences

---

([1]) Ce résultat est d'accord avec les expériences de M. Violle, qui a démontré que l'éclat et, par suite, la température du charbon positif de l'arc électrique sont indépendants de l'intensité du courant (*Comptes rendus*, t. CXV, p. 1273). Il est vrai que la température de l'arc varie avec l'intensité du courant (*Comptes rendus*, t. CXIX, p. 949). Dans l'emploi de la lampe électrique comme source calorifique, il faut donc atténuer l'influence perturbatrice de l'arc en n'éclairant la fente qu'avec la partie incandescente du charbon positif la plus éloignée de son bord.

d'absorption, introduites par les différentes régions de ces surfaces, ainsi que l'influence de leurs imperfections optiques. Il vaut mieux déplacer l'ensemble de la lampe, plutôt que d'agir séparément sur les charbons, comme le permet le régulateur Foucault, parce qu'une opération de cette nature dérègle l'appareil et provoque des variations dans l'intensité calorifique.

La lentille éclairante a été choisie de telle sorte que le cône lumineux, qu'elle projette sur la fente, découpe dans le plan de la lentille collimatrice, de 29^{cm} de longueur focale et $4^{cm},2$ de diamètre, un cercle dont le diamètre, égal à 4^{cm}, soit légèrement supérieur à celui des canons de quartz, qui a pour valeur $3^{cm},5$. On peut enfin, à volonté, intercepter le faisceau lumineux en interposant entre la lentille éclairante et la fente un écran convenable qu'on peut manier à distance.

2° *Collimateur.* — La lentille achromatique collimatrice, taillée par Lütz pour Mouton et dont M. Carvallo a fait usage est disposée, ainsi que la fente, par des supports indépendants sur le même bras du goniomètre.

La fente a été construite avec beaucoup de soins par M. Jobin. Un système de vis permet de faire varier la distance des deux lèvres, ainsi que leur inclinaison relative. Le corps entier de la fente peut subir deux mouvements de translation dans son plan, l'un suivant la direction des bords, l'autre dans une direction perpendiculaire; il peut aussi tourner autour d'un axe perpendiculaire à son plan. Deux écrans mobiles, à bords rectilignes horizontaux, limitent sa longueur; un fil fin en métal, tendu normalement à la fente et s'appliquant contre ses bords, définit, par son intersection avec elle, un point de l'axe optique du collimateur.

3° *Plate-forme du goniomètre et prisme.* — Une pièce cylindro-conique, qui s'engage exactement dans le support du goniomètre, porte la plate-forme dont on peut faire

varier l'inclinaison à l'aide de vis calantes aux trois sommets d'un triangle équilatéral.

Le prisme de spath a pour base un triangle équilatéral; ses arêtes sont parallèles à l'axe du cristal. Les angles au sommet, mesurés par M. Carvallo (1), sont les suivants :

$$\frac{A}{2} = 30^\circ 0' 05, \qquad \frac{B}{2} = 29^\circ 59' 85, \qquad \frac{C}{2} = 30^\circ 0' 10.$$

4° *Cercle gradué.* — Le cercle gradué permet de mesurer les déplacements du banc optique qui porte dans l'ordre suivant le canon de quartz, l'analyseur biréfringent, l'objectif et la pile thermo-électrique. Sa graduation représente les 10'; le banc optique est relié à un vernier au $\frac{1}{20}$, de telle sorte que la lecture donne la demi-minute.

5° *Canons de quartz.* — Les canons, ayant la même section circulaire de 35^{mm} de diamètre, sont supportés par une plate-forme pouvant subir de petits mouvements autour de deux axes rectangulaires; ces canons proviennent d'un même échantillon de quartz droit; ils sont très purs et, observés à l'appareil Norremberg, en lumière parallèle, ils présentent une tache noire uniforme, sans pointements colorés et sans franges noires irisées sur les bords (2). Ils ont été taillés avec une grande perfection par M. Jobin, qui a vérifié la planéité et le parallélisme des faces opposées au moyen des appareils de M. Laurent (3), son prédécesseur.

L'orientation des faces normales à l'axe optique est obtenue par l'observation des spirales d'Airy. M. Beaulard

---

(1) Carvallo, *Annales de l'École Normale*, 2e série, t. VII, *Supplément;* 1890.

(2) Les pointements proviennent de macles intérieures qu'on ne soupçonne pas à la lumière naturelle; ils présentent le grave inconvénient d'affecter le pouvoir rotatoire, qui n'est d'ailleurs pas influencé par les franges noires orientées en général parallèlement aux faces naturelles du cristal.

(3) Laurent, *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 411.

a indiqué ([1]) un moyen de contrôle que j'ai utilisé. Il suffit de disposer le quartz normalement au faisceau des rayons incidents parallèles, entre le polariseur et l'analyseur croisés; le spectre est sillonné de cannelures qui se déplacent vers le rouge quand on incline le quartz par rapport à la lumière incidente. Une même rotation du quartz à droite et à gauche doit correspondre, sur le fil du réticule de la lunette du spectroscope, au passage d'un même nombre de franges.

Je me suis adressé au Bureau international des Poids et Mesures pour la mesure de la longueur des deux cristaux de quartz; MM. Benoît et Chappuis m'ont accueilli avec l'obligeance et la bonne grâce dont ils sont coutumiers.

Au moyen de la vis Brauer, on a déterminé l'excès du quartz n° 1, sur la hauteur d'un cube de verre, trouvée égale à $49^{mm},74717$ à 15° par M. Chappuis. Cette différence, qui a pour valeur $10^{mm},00773$, porte la longueur du quartz n° 2 à $60^{mm},75490$ à la température de 15°.

Le quartz n° 2, le moins long, a été mesuré au sphéromètre Brünner, dont M. Benoît a fait l'étude. Sa longueur est égale à $27^{mm},049$ à la température de 20°.

6° *Analyseur biréfringent.* — Dans les déterminations faites jusqu'à $1^{\mu},82$, j'ai utilisé l'analyseur biréfringent en *spath,* décrit par M. Carvallo ([2]). Il produit une déviation angulaire de 1°,5 sur chacune des images; le déplacement obtenu avec la lentille achromatique de la lunette, dont la longueur focale est de 29^{cm}, a pour valeur $0^{cm},75$. Ces mesures sont à l'abri des perturbations qui seraient dues au dichroïsme de l'analyseur en spath et à l'affaiblissement de l'intensité calorifique provenant de l'absorption dans le spectre ordinaire du spath. M. E. Merritt ([3]) a montré en effet que, jusqu'à $2^{\mu},10$, le spath laisse

([1]) Beaulard, Thèse, p. 35.
([2]) Carvallo (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. IV, p. 15).
([3]) E. Merritt, *On the absorption of certain crystals in the infra-*

passer les 96 pour 100 de la lumière ordinaire et les 88 pour 100 de la lumière extraordinaire.

Pour les radiations de longueur d'onde plus grande que $2^{\mu},10$, j'ai utilisé comme analyseur deux prismes de Wollaston accolés et ayant leurs sections principales parallèles; l'un de ces prismes a $24^{mm},5$ de haut et $33^{mm},5$ de côté à la base carrée; l'autre prisme a 32^{mm} de hauteur et 26^{mm} de côté à la base carrée. Comme le déplacement de chacune des images était supérieur à 4^{mm}, une hauteur de fente égale à 8^{mm} suffisait dans ces conditions.

7° *Pile thermo-électrique et galvanomètres.* — La pile thermo-électrique différentielle, construite par la maison Carpentier, possède une hauteur totale de 30^{mm} et présente une largeur de 2^{mm}; elle est formée par des chaînons successifs de bismuth et d'antimoine soudés à la file; le chaînon central d'antimoine se recourbe de telle sorte que l'une des moitiés de la pile présente sur sa face antérieure six soudures d'ordre pair, et l'autre moitié présente un nombre égal de soudures d'ordre impair. L'accès du faisceau calorifique sur la pile est limité par une fente dont on peut faire varier la largeur; le milieu des deux lèvres, mues par deux vis contraires et de même pas, conserve une position invariable.

Avec l'analyseur en spath, j'ai employé un galvanomètre Nobili dont la résistance est $0^{\omega},75$; 1^{mm} de déviation de l'échelle, observée par la méthode de Poggendorf, donnait le millionième d'ampère.

Avec l'analyseur en quartz, j'ai employé un galvanomètre construit par le contremaître mécanicien du laboratoire, M. Darnige, sur les indications de M. Carvallo, guidé par les idées de MM. Weiss et Broca. 5^{mm} de l'échelle de ce galvanomètre correspondent à un micro-ampère.

---

red as dependent on the direction of the plane of polarisation (*Physical Review*, vol. II, p. 424; 1895).

La perturbation produite sur le galvanomètre par l'électro-aimant du régulateur Foucault était compensée par une petite bobine parcourue par le courant de la lampe à arc et pouvant subir de petits mouvements.

III. — Réglage des appareils.

En dehors des réglages ordinaires du goniomètre, il est nécessaire de prendre certaines précautions particulières à cette méthode; il faut obtenir le parallélisme de la fente, de l'arête du prisme, ainsi que de la section principale de l'analyseur, avec l'axe de rotation de la plate-forme. Ces conditions étant remplies, les deux images de l'analyseur se prolongent exactement et l'arête du prisme de spath qui sert d'origine à la vibration incidente est exactement repérée par rapport à la section principale de l'analyseur.

1° *Collimateur*. — Il s'agit d'amener la fente dans le plan focal de la lentille collimatrice. On règle pour l'infini, par autocollimation sur l'une des faces planes du quartz disposé sur la plate-forme, une lunette composée de l'objectif Lütz et de l'oculaire éclairant Gautier, laquelle repose sur le bras mobile du goniomètre. On vise ensuite la fente à travers la lentille collimatrice, mobile le long du banc optique qui la supporte. La position de la lentille collimatrice est ainsi fixée à moins de $\frac{1}{10}$ de millimètre près.

2° *Orientation de l'axe optique du collimateur normalement à l'axe de rotation de la plate-forme du goniomètre*. — Supposons cette orientation réalisée et l'arête du prisme posé sur la plate-forme parallèle à l'axe de rotation de cette dernière, on peut alors, en faisant tourner la plate-forme, amener successivement les deux faces du prisme à être perpendiculaires à l'axe optique du collimateur. On vérifie qu'il en est ainsi en produisant la coïncidence du fil tendu sur la fente avec son image fournie

par le collimateur réglé sur l'infini, après réflexion sur la face plane du prisme.

3° *Fixation de la position du point lumineux éclairant.* — On le dispose de manière à produire directement à travers la fente un faisceau lumineux étroit, tombant très exactement au milieu de la lentille collimatrice; on introduit ensuite la lentille éclairante qui forme l'image du charbon positif sur la fente du goniomètre; le faisceau est ainsi parfaitement centré.

4° *Rendre la fente parallèle à l'axe de rotation de la plate-forme du goniomètre.* — On vise la fente avec la lunette réglée sur l'infini et reposant sur le bras mobile du goniomètre; on rend parallèle à son image le fil du réticule de l'oculaire. Si le réglage est effectué, le parallélisme doit subsister lorsqu'on observe l'image de la fente par réflexion sur la face plane du prisme rendue parallèle à l'axe de rotation de la plate-forme. S'il n'en est pas ainsi, l'image par réflexion fait avec le fil du réticule un angle double de celui que forme la fente avec l'axe de la plate-forme. En effet, le plan A, défini par l'axe optique du collimateur et par la parallèle à l'axe de la plate-forme, correspond après réflexion à un plan A_1, symétrique de A par rapport à la face du prisme. Le plan B, qui passe par l'axe optique du collimateur et par la fente, fait avec le plan A l'angle α compté, par exemple, à droite de l'observateur. Le plan B_1, qui lui correspond après réflexion, est son symétrique par rapport à la face du prisme; il fait par suite avec le plan A_1 l'angle α compté à gauche de l'observateur. La direction B s'obtient en rendant le fil du réticule parallèle à l'image de la fente obtenue par visée directe. La direction B_1 est celle de l'image de la fente observée par réflexion sur la face du prisme; elle fait avec le réticule l'angle 2α à condition que l'axe de rotation du bras de la lunette soit parallèle à celui de la plate-forme, condition qui est réalisée dans tout goniomètre convenablement construit.

Comme le fil du réticule de l'oculaire Gautier que j'ai employé était fixe, je ne pouvais pas le rendre parallèle à l'axe de la plate-forme; aussi ai-je fait varier la largeur et la hauteur de la fente afin de diriger le fil suivant une de ses diagonales; si le réglage est convenable, on peut faire coïncider ce fil avec l'image de l'autre diagonale de la fente donnée par la réflexion sur le prisme; l'image directe et l'image réfléchie sont, en effet, symétriques l'une de l'autre. Si cette coïncidence est impossible, on fait tourner la fente de la moitié de l'écart; puis, en effectuant une nouvelle visée directe, on recommence les opérations du réglage. Enfin, en excentrant convenablement le prisme sur la plate-forme, on peut effectuer ces diverses opérations, sans enlever le prisme.

5° *Réglage du canon de quartz, de l'analyseur biréfringent et de la lunette.* — Les rayons de lumière monochromatique issus du collimateur, qui traversent successivement le prisme de spath, puis le quartz et l'analyseur biréfringent normalement à leurs faces parallèles, et enfin l'objectif de la lunette, doivent former les deux images ordinaire et extraordinaire de la fente dans le plan du diaphragme de la pile thermo électrique. On effectue approximativement cette opération en lumière blanche, après avoir enlevé le prisme et conservé le quartz et l'analyseur convenablement centrés par rapport au faisceau lumineux. Si l'on augmente la hauteur de la fente, on peut, par une rotation convenable de l'analyseur dans sa bonnette, amener les deux images à empiéter l'une sur l'autre et à se prolonger exactement. L'incertitude de ce réglage est de $0',5$. La fente est réduite de nouveau à sa hauteur initiale (7^{mm} à 8^{mm}); on soulève ensuite plus ou moins la pile par rapport au bras du goniomètre afin de disposer les deux images symétriquement par rapport à son milieu. La dimension du diaphragme thermo-électrique ayant été réduite à la largeur des images, on agit simultanément sur

le bras mobile du goniomètre, sur le quartz et l'analyseur de manière à maintenir les images transmises en coïncidence avec la fente de la pile et les images réfléchies sur leurs faces d'entrée en coïncidence avec la fente collimatrice. On vérifie la mise au point, en visant les bords du diaphragme de la pile au travers de l'objectif, de l'analyseur et du quartz, avec une lunette réglée pour l'infini. On la rectifie, s'il y a lieu, en déplaçant l'objectif. Ces dernières manipulations sont susceptibles de dérégler les précédentes; mais en les reproduisant toutes plusieurs fois dans l'ordre que nous venons d'indiquer, on élimine complètement les perturbations résiduelles. Le parallélisme des images avec la fente thermo-électrique peut être contrôlé en déplaçant le banc optique et en observant les bords de l'image par rapport aux bords du diaphragme; le filet lumineux qui précède la disparition de l'image dans l'ouverture donnant accès à la pile peut être rendu très délié et une inclinaison moindre que la demi-minute est ainsi mise en évidence.

IV. — Description des expériences et résultats obtenus avec le quartz n° 1.

Après divers essais, les largeurs de fente du collimateur et de la pile thermo-électrique ont été maintenues égales à $0^{mm},5$. J'ai observé les déviations galvanométriques pour des positions de la pile séparées les unes des autres d'angles variant entre $\frac{3}{2}$ minutes et 3 minutes.

Le prisme a pour section droite un triangle équilatéral; s'il se trouve au minimum de déviation pour les radiations qui ont accès dans la fente de la pile thermo-électrique, la face opposée à l'arête est également inclinée sur les rayons incidents parallèles provenant de la fente collimatrice et sur les rayons qu'elle a réfléchis et qui pénètrent dans la fente de la pile. Il en résulte que, pour préciser dans l'infra-rouge la position du minimum de déviation du

prisme, il suffit de former sur la fente thermo-électrique l'image de la fente collimatrice produite par les rayons réfléchis sur la base du prisme. Afin d'éviter les perturbations provenant de la chaleur due à ces rayons réfléchis, il vaut mieux produire cette image dans le voisinage immédiat de l'ouverture du diaphragme thermo-électrique, lequel arrête ces rayons.

L'exactitude des résultats expérimentaux n'est garantie que si le système de l'analyseur et de la pile thermo-électrique différentielle, éclairé par de la lumière naturelle, accuse des quantités de chaleur égales pour chacune des images ordinaire et extraordinaire dans le cas d'une même radiation. Dans le diagramme obtenu en portant en abscisses les déviations goniométriques et en ordonnées les déviations galvanométriques proportionnelles à la différence des intensités ordinaire et extraordinaire du spectre cannelé, les minima et les maxima correspondent à des radiations où l'intensité est nulle pour l'une des images et est égale pour l'autre image à la valeur qu'on obtiendrait en éclairant avec de la lumière naturelle. Les maxima appartiennent donc à la courbe des intensités de l'une des images de l'analyseur éclairé en lumière naturelle; les minima appartiennent à l'autre image. Si les deux courbes qui joignent, l'une les points maxima, l'autre les points minima de la courbe des différences, sont exactement symétriques par rapport à l'axe des x, on peut affirmer que les mesures ont été effectuées dans des conditions de parfaite symétrie, sans différence d'absorption dans les spectres ordinaire et extraordinaire, et sans différence d'action de la part des deux moitiés de la pile thermo-électrique.

Le diagramme des mesures faites dans l'infra-rouge, après un même réglage, peut ainsi servir de contrôle à l'exactitude des déterminations. Ce contrôle repose : 1° sur la symétrie de la courbe des minima et de la courbe des maxima par rapport à l'axe des déviations goniométriques;

2° sur la concordance des distances angulaires de deux repères successifs mesurés dans le spectre dévié à gauche avec celles des repères correspondants dans le spectre dévié à droite, ainsi que sur la symétrie des directions d'un même repère observé à gauche et à droite par rapport à la visée directe.

Quartz n° 1. Epaisseur : $60^{mm},755$. — Les diagrammes des *fig* 3, 4, 5 représentent trois déterminations expérimentales qui remplissent les conditions qui viennent d'être énoncées. Il y a trois groupes de deux courbes représentant l'une le spectre dévié à droite, l'autre le spectre dévié à gauche. Cinq divisions du quadrillé dans le sens de l'abscisse valent 1′ d'arc; cinq divisions dans le sens de l'ordonnée valent 2^{mm} de l'échelle galvanométrique. L'allure des courbes montre bien qu'il est préférable de prendre comme repères les points d'ordonnée nulle plutôt que les maxima et les minima.

Voici comme exemple un extrait de mon cahier d'observations, relatif au groupe des courbes (*fig.* 3), p. 20 :

Expériences des 27 *et* 28 *septembre* 1894.

Largeur des fentes : $0^{mm},50$. Visée directe avec analyseur en spath : 179°30′,10.

On emploie le galvanomètre Nobili.

Prisme de spath : angle au sommet donné par $\frac{B}{2} = 29°59',85$.

Spectre dévié à droite.

Indications du goniomètre.	Déviation galvanométrique en millimètres de l'échelle.	Température.	Indications du goniomètre correspondant aux repères adoptés.
° ′	mm	°	° ′
128.18,0	— 8,7	19.5	128.19,80
20,7	+ 4,9		
23,90	+14,2		
27,25	+11,7		128.29,60
30,10	— 3,0		
33,0	—15,6		

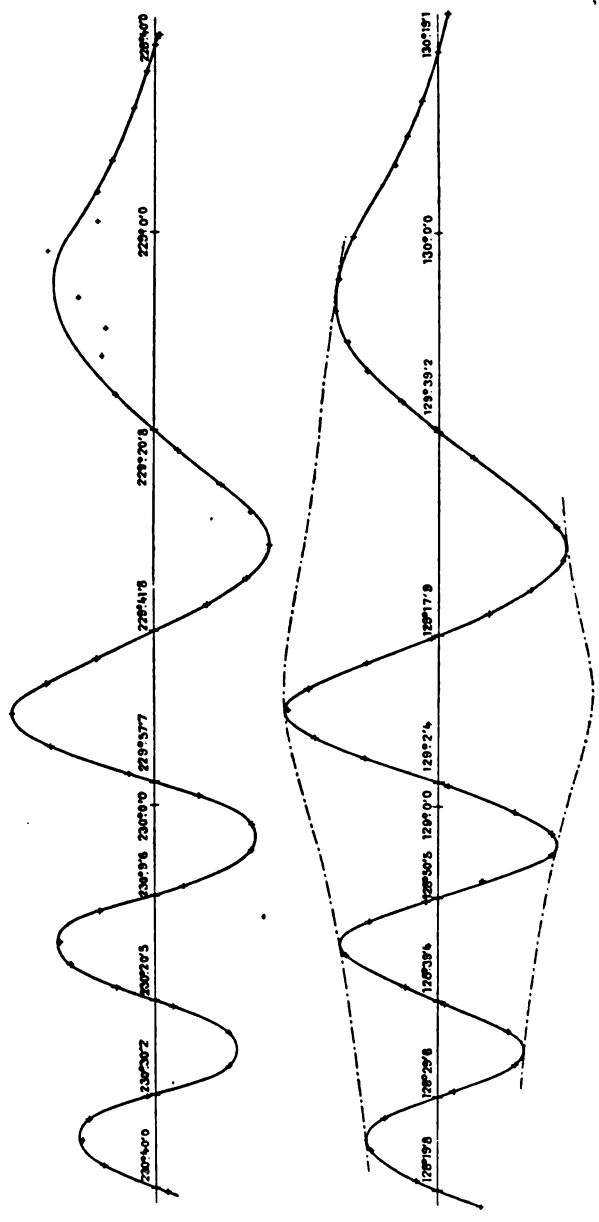
Spectre dévié à gauche.

Indications du goniomètre.	Déviation galvanométrique en millimètres. de l'échelle.	Température.	Indications du goniomètre correspondan aux repères adoptés.
° ′	mm	°	° ′
230.40,6	— 3,7	17.9	230.40,0
37,75	+10,8		
35,10	+15,4		
32,80	+13,8		
30,50	— 1,6		230.30,2
27,40	—15,2		

ndications du oniomètre.	Déviation galvano-métrique en millimètres de l'échelle.	Température.	Indications du goniomètre correspondant aux repères adoptés.
	mm		
36',40	—14,2		
39,10	— 1,1		128.39,40
41,10	+ 9,3		
44,50	+19,8		
47,80	+14,5		
50,0	+ 2,7		128.50,50
52,30	—10,1		
54,90	—24,0		
57,10	—23,7		
59,25	—16,2		
129. 2,10	— 1,8		129. 2,40
4,85	+15,6		
7,25	+25,8		
10,00	+31,9		
12,20	+27,5		
15,0	+15,1		
17,75	+ 1,4		129.17,9
20,10	—10,4		
22,75	—19,1		
25,80	—26,0		
29,10	—24,5		
32,50	— 8,2		
36,40	— 7,3		129.39,2
39,40	+ 0,5		
42,40	+ 7,5		
45,50	+14,9		
48,70	+19,0		
52,10	+21,5		
55,25	+21,0		
59,75	+18,1		
130. 1,25	+11,7		
7,10	+ 9,0		
10,10	+ 6,6		
13,90	+ 3,7		
19,10	+ 0		139.19,1
23,65	— 2,0		
27,25	— 3,5		
31,75	— 4,1		
35,75	— 4,7		

Indications du goniomètre.	Déviation galvano-métrique en millimètres de l'échelle.	Température.	Indications du goniomètre correspondant aux repères adoptés.
	mm		
23',90	—15,0		
21,10	— 3,5		230.20,50
19,10	+ 8,0		
16,80	+17,5		
14,40	+19,9	18,0	
11,25	+11,4		230. 9,60
8,60	— 6,1		
5,00	—19,6		
2,25	—19,8		
229.59,10	— 9,1		229.57,7
56,90	+ 5,4		
53,90	+21,5		
50,50	+29,5		
47,60	+22,4		
44,75	+11,8		
41,80	+0		229.41,8
39,25	—11,2		
36,10	—19,2		
32,90	—24,1		
29,50	—20,2		
26,50	—14,0		
23,0	— 5,0		229.20,8
20,25	+ 1,6		
17,20	+ 7,9		
13,25	+10,9		
10,25	+10,1		
7,10	—15,8		
2,25	22,2		
228.59,25	19,2		
55,90	12,2		
52,60	9,0		
47,0	4,6		
43,0	1,5		228.40,9
39,25	— 0,4		
35,10	— 2,0		
33,30	— 3,6		
24,60	— 4,5		

Fig. 3.


229°4'0
229°0'0
228°20'8
228°41'8
229°37'7
230°6'0
230°5'8
230°24'5
230°30'2
230°4'0
130°1'9'1
130°0'0
129°39'2
129°17'8
129°27'4
129°0'0
128°30'5
128°39'4
128°29'8
128°19'8

Les résultats relatifs aux trois groupes des expériences adoptées sont résumés dans les Tableaux qui suivent. La première colonne contient les indications du goniomètre correspondant aux repères dans le spectre dévié à droite; la deuxième les indications relatives au spectre dévié à gauche; la troisième donne le double de la déviation minimum correspondante qui est la différence entre les nombres de la première et de la deuxième colonne. Enfin, la quatrième colonne représente les demi-sommes des nombres des deux premières colonnes; elle indique la position goniométrique calculée correspondant à la visée directe.

TABLEAU N° 1. — *Expériences du* 17 *septembre* 1894 (*fig.* 5).

Largeur des fentes : $0^{mm},50$. Visée directe observée : 179°30′,0.

Température moyenne : 18°.

Spectre dévié à droite.	Spectre dévié à gauche.	Double de la déviation minimum.	Visée directe calculée.
128°.19′,8	230°.40′,7	102°.20′,9	179°.30′,2
128.30,0	230.30,6	102. 0,6	179.30,3
128.39,8	230.20,7	101.40,9	179.30,25
128.50,6	230.10,1	101.19,5	179.30,35
129. 3,0	229,57,9	100.54,9	179.30,45
129.18,8	229.42,0	100.23,2	179.30,40
129.39,3	229.21,7	99.42,4	179.30,50
130.20,0	228.42,0	98.22,0	179.31,0
		Moyenne.....	179.30,4

TABLEAU N° 2. — *Expériences du 2 septembre* 1894 (*fig.* 4).

Largeur des fentes : $0^{mm},50$. Visée directe observée : 179°30′,0.

Température moyenne : 19°,5.

Spectre dévié à droite.	Spectre dévié à gauche.	Double de la déviation minimum.	Visée directe calculée.
128°.20′,2	230°.40′,2	102°.20′,0	179°.30′,1
128.29,5	230.30,8	102. 1,3	179.30,15
128.39,8	230.20,8	101.41,0	179.30,3
128.50,2	230. 9,9	101.19,7	179.30,05
129. 2,7	229.58,0	100.55,3	174.30,35
129.18,1	229.42,3	100.24,2	179.30,2
129.39,6	229.20,9	99.41,3	179.30,25
130.20,0	220.40,7	98.20,7	179.30,35
		Moyenne.....	179.30,22

TABLEAU N° 3. — *Expériences du 27 septembre* 1894 (*fig.* 3).

Largeur des fentes : $0^{mm},50$. Visée directe observée : 179°30′,10.

Température moyenne : 18°,5.

Spectre dévié à droite.	Spectre dévié à gauche.	Double de la déviation minimum.	Visée directe calculée.
128°.19′,8	230°.40′,0	102°.20′,2	179°.29′,9
128.29,6	230.30,2	102. 0,6	179.29,9
128.39,4	230.20,5	101.41,1	179.29,95
128.50,5	230. 9,6	101.19,1	179.30,05
129. 2,4	229.57,7	100.55,3	179.30,05
129.17,9	229.41,8	100.23,9	179.29,85
129.39,2	229.20,8	99.41,6	179.30,0
130.19,1	228.40,0	98.21,1	179.29,55
		Moyenne.....	179.29,9

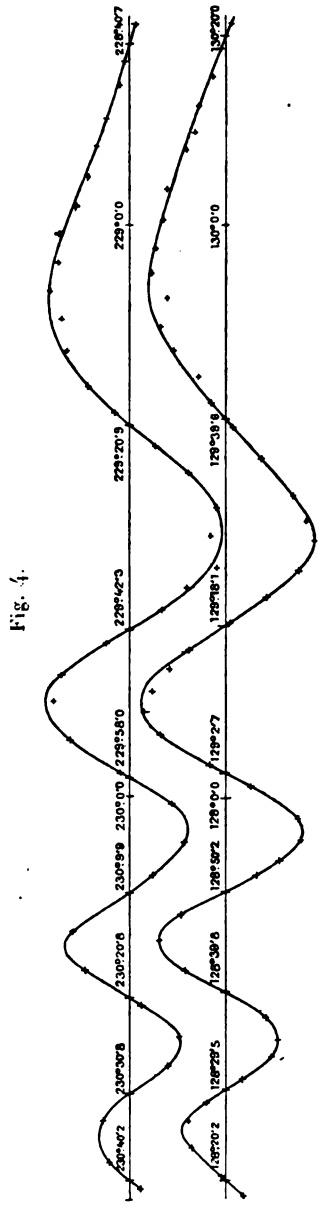

230°40'7
230°30'8
230°20'8
230°8'8
230°0'0
229°58'0
229°42'3
229°20'9
229°0'0
228°40'7
130°20'0
130°0'0
129°38'8
129°18'1
129°2'7
128°50'2
128°39'8
128°29'5
128°20'2

Fig. 4.

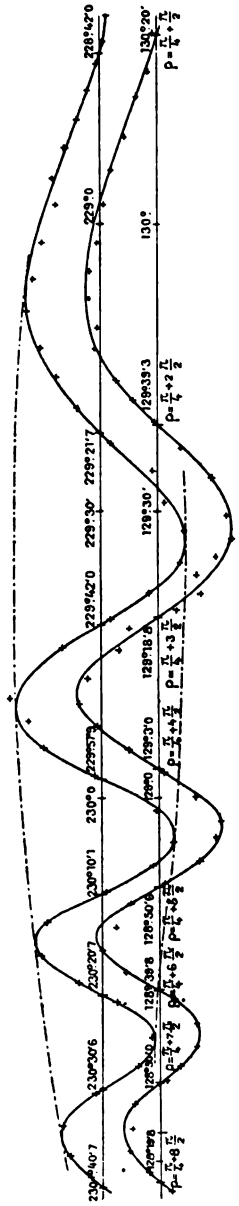

230°40'7
230°30'6
230°20'7
230°10'1
230°0
229°37'8
229°42'0
229°30'
229°21'7
229°0
228°40'7
130°20'
130°
129°39'3
129°30'
129°18'6
129°3'0
128°50'6
128°39'8
128°30'0
128°20'0
$p=\frac{\pi}{4}+8\frac{\pi}{2}$
$p=\frac{\pi}{4}+6\frac{\pi}{2}$
$p=\frac{\pi}{4}+4\frac{\pi}{2}$
$p=\frac{\pi}{4}+3\frac{\pi}{2}$
$p=\frac{\pi}{4}+2\frac{\pi}{2}$
$p=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}$

Fig. 5.

L'examen de ces Tableaux, ainsi que celui des courbes correspondantes met en évidence l'exactitude des résultats qu'ils contiennent. En premier lieu, les diagrammes (*fig.* 3, 4, 5) montrent bien que, dans la représentation des mesures relatives à un spectre, les deux courbes, l'une des maxima et l'autre des minima, sont symétriques par rapport à l'axe des x. En second lieu, les diverses valeurs calculées de la visée directe (4e colonne) s'écartent peu de leur moyenne. Ainsi, dans le premier Tableau, le nombre 179° 31′,0, qui diffère le plus de la moyenne 179° 30′,4, s'en écarte de 0′,6 et il y a lieu de rappeler que la lecture du cercle donne la demi-minute. Pour les deux autres Tableaux, la vérification est encore plus approchée; dans le deuxième Tableau, l'écart maximum à partir de la moyenne est de 0′,17; dans le Tableau n° 3, cet écart est de 0′,35. Ces remarques mettent en évidence la concordance très approchée qui existe entre les distances angulaires des deux repères successifs observés d'abord dans le spectre dévié à droite, puis dans le spectre dévié à gauche.

Enfin, on peut conclure de ces observations que les moyennes, représentant les visées directes calculées, diffèrent peu de la visée observée; cette différence est de 0′,4 dans le premier Tableau, de 0′,22 dans le deuxième et de 0′,2 dans le troisième; ces écarts sont de l'ordre des erreurs de lecture du cercle goniométrique, qui donne seulement la demi-minute; ils sont aussi de l'ordre des erreurs de pointé correspondant à la visée directe observée.

Si nous rassemblons les valeurs des déviations minima obtenues dans ces trois groupes distincts d'expériences, nous obtenons le Tableau suivant. Il contient, groupées successivement dans la première colonne, les valeurs du double de la déviation minimum correspondant à un même repère. La deuxième colonne contient la valeur moyenne de chacun des groupes; la troisième, l'écart maximum qui existe entre l'une des observations et la

moyenne ; la quatrième, l'indice correspondant à la déviation moyenne; la cinquième, l'indice correspondant à la déviation qui s'écarte le plus de la moyenne. Enfin, la dernière colonne représente la plus grande différence entre l'indice correspondant à une des déterminations et l'indice moyen.

Moitié de l'angle au sommet du prisme = 29° 59′, 85.

Valeurs de 2 Δ : groupes des déviations correspondant à un même repère.	Moyennes du double des déviations minima 2 Δ.	Écarts maxima existant entre un nombre des groupes et la moyenne.	Indices moyens.	Indices qui s'écartent le plus de la moyenne.	Différences de ces deux indices en valeur absolue.
102°.20′,9 102.20,0 102.20,2	102°.20′,37	0′,53	1,65000	1,65004	0,00004
102. 0,6 102. 1,3 102. 0,6	102. 0,81	0,49	1,64839	1,64843	0,00004
101.40,9 101.41,0 101.41,1	101.41, 0	0, 1	1,64675	1,64675	0,00
101.19,5 101.19,7 101.19,1	101.19,43	0,33	1,64497	1,64500	0,00003
100.54,9 100.55,3 100.55,3	100.55,17	0,27	1,64295	1,64293	0,00002
100.23,2 100.24,2 100.23,9	100.23,77	0,45	1,64034	1,64038	0,00004
99.42,4 99.41,3 99.41,6	99.41,77	0,63	1,63685	1,63680	0,00005
98.22,0 98.20,7 98.21,1	98.21,27	0,73	1,63012	1,63007	0,00005

Les différences indiquées par les nombres de la troisième colonne sont de l'ordre de la demi-minute ; c'est la précision à laquelle on peut prétendre par la lecture du cercle goniométrique. Les mesures faites, après des réglages *indépendants,* sont donc parfaitement concordantes. Ce résultat est une justification nouvelle des considérations énoncées page 17. La comparaison de la valeur moyenne de l'indice à la valeur qui est donnée par l'écart maximum accuse une concordance de $\frac{5}{100000}$; on peut ainsi compter sur la précision d'une demi-unité de la quatrième décimale.

Détermination de la rotation du plan de polarisation pour chacun des repères. — La formule $\rho = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$ donne l'angle dont a tourné le plan de polarisation pour chacune des longueurs d'onde adoptées. Le nombre entier k diminue d'une unité lorsqu'on passe d'un repère à l'autre en se dirigeant vers l'extrême infra-rouge; il suffit, par conséquent, de déterminer sa valeur pour l'un d'eux. L'application au cas de la longueur d'onde $0^{\mu},815$ pour lequel $2\Delta = 102^{\circ}0',8$ (p. 25, p. 2 et p. 45) et pour lequel les résultats concordants du pouvoir rotatoire obtenus par les précédents expérimentateurs ont donné $11^{\circ},15$, conduit à la relation

$$45 + 90k = 60,755 \times 11,15.$$

On tire de là $k = 7,027$. La valeur exacte de k est 7 pour la longueur d'onde dont l'indice ordinaire, par rapport au spath, est 1,64839. Il en résulte le Tableau suivant :

Rotation du plan de polarisation.	Pouvoir rotatoire.	Indices ordinaires du spath.
$45 + 8 \times 90 = 765$.....	$12^{\circ},59$	1,65000
$45 + 7 \times 90 = 675$.....	11,11	1,64839
$45 + 6 \times 90 = 585$.....	9,63	1,64675
$45 + 5 \times 90 = 495$.....	8,14	1,64497

Rotation du plan de polarisation.	Pouvoir rotatoire.	Indices ordinaires du spath.
$45 + 4 \times 90 = 405$.....	6,66	1,64295
$45 + 3 \times 90 = 315$.....	5,18	1,64034
$45 + 2 \times 90 = 225$.....	3,70	1,63685
$45 + 90 = 135$.....	2,22	1,63012

V. — Discussion des résultats obtenus avec le quartz N° 1.

Les erreurs accidentelles sont éliminées par le choix convenable des bonnes expériences, en se laissant guider par les règles énoncées plus haut. Les erreurs systématiques, au contraire, introduisent des écarts calculables dont nous allons déterminer les valeurs. Elles sont de deux sortes : celles qui tiennent à la méthode elle-même et celles qui tiennent à un défaut de construction des appareils.

I. Causes d'erreur dues à la méthode.

1° *Obliquité des rayons par rapport à l'axe du quartz.* — Dans ce groupe, il faut placer les perturbations provenant de l'obliquité par rapport à l'axe des rayons qui traversent le quartz ; le pouvoir rotatoire est, dans ce cas, compliqué par la biréfringence du quartz. Nous allons considérer deux cas particuliers :

Premier cas. — *La lentille est rigoureusement achromatique; le collimateur est réglé sur l'infini. Influence de la hauteur de la fente.*

En dehors du point central de la fente qui donne un faisceau de rayons parallèles traversant le quartz dans le sens de l'axe, tous les autres points donnent des faisceaux parallèles qui traversent le quartz dans des directions d'autant plus inclinées, par rapport à l'axe, qu'on

s'écarte davantage du point central. Avant d'étudier l'influence de la biréfringence, il y a lieu de rappeler quelques notions préliminaires.

Airy, puis M. Gouy [1] ont montré qu'à l'intérieur du quartz, dans une direction où existent le pouvoir rotatoire et la double réfraction, il se propage, sans déformation, deux vibrations elliptiques *privilégiées*, dont les grands axes sont perpendiculaires entre eux et parallèles aux directions principales de la biréfringence. La valeur k, inférieure à l'unité, du rapport des axes est la même pour chacune d'elles; elle est donnée, en fonction de la rotation totale ω du plan de polarisation, et de la différence de marche φ des vibrations principales, qui seraient dues à la double réfraction seule, par la formule

$$k^2 + 2\frac{\pi}{\omega}\frac{\varphi}{\lambda}k - 1 = 0. \tag{2}$$

Ces ellipses sont l'une droite, l'autre gauche; elles se propagent avec des indices différents n_d et n_g. Il en résulte la différence de marche $\delta = (n_d - n_g)e$ représentée par

$$\pi\frac{\delta}{\lambda} = \sqrt{\omega^2 + \left(\pi\frac{\varphi}{\lambda}\right)^2}. \tag{3}$$

Partant de ces considérations et de ces formules, dues à M. Gouy, j'ai rappelé [2] une représentation simple de la vibration elliptique émergente qui correspond à une vibration incidente rectiligne faisant l'angle θ avec la direction principale de la biréfringence Ox. Cette ellipse peut être rapportée à deux diamètres conjugués : l'un $O\eta$, symétrique de la vibration incidente, par rapport à Ox,

---

[1] Gouy, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 149; 1885.

[2] *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXIV, p. 26; 1897; et Mascart, *Traité d'Optique*, t. I, p. 236.

a pour expression

$$(4) \qquad \eta = b' \cos 2\pi \frac{t}{T} \qquad \text{avec} \qquad b' = -\frac{1-k^2}{1+k^2} \sin \pi \frac{\delta}{\lambda};$$

l'autre $O\xi$ fait, dans le sens du pouvoir rotatoire, à partir de la vibration incidente, l'angle ρ donné par

$$(5) \qquad \operatorname{tang} \rho = \frac{2k}{1+k^2} \operatorname{tang} \pi \frac{\delta}{\lambda}$$

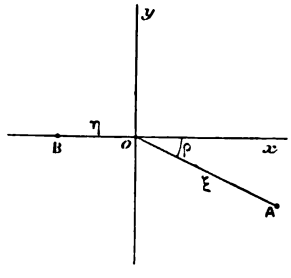
et a pour expression

$$(6) \quad \xi = a'.\sin 2\pi \frac{t}{T} \qquad \text{avec} \qquad a' = \frac{2k}{1+k^2} \frac{\sin \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\sin \rho} = \frac{\cos \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\cos \rho}.$$

Ces formules permettent de calculer l'intensité de la lumière qui frappe chacune des deux moitiés de la pile thermo-électrique. La fente et l'arête du prisme étant parallèles à la section principale de l'analyseur biréfringent, la direction de la biréfringence est parallèle à la vibration incidente $\overline{Ox}$ qui donne à l'émergence une vibration elliptique définie par les diamètres conjugués $OA = \xi$ et $OB = \eta$ (*fig.* 6).

Les projections suivant les directions principales de l'analyseur biréfringent Ox et Oy sont représentées, en

Fig. 6.



tenant compte des relations (2), (4), (5), (6), énoncées

plus haut, par

$$x = -\left(\frac{1-k^2}{1+k^2}\right)\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}\cos 2\pi\frac{t}{T} + \cos\pi\frac{\delta}{\lambda}\sin 2\pi\frac{t}{T},$$
$$y = \left(\frac{2k}{1+k^2}\right)\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}\sin 2\pi\frac{t}{T}.$$

Les intensités X^2 et Y^2 de chacune des images de l'analyseur biréfringent, correspondant à un même point de la fente défini par l'angle i, que forme la droite qui le joint au centre optique de la lentille collimatrice avec l'axe optique du collimateur, prennent les valeurs

$$X^2 = 1 - \left(\frac{2k}{1+k^2}\right)^2 \sin^2\pi\frac{\delta}{\lambda},$$
$$Y^2 = \left(\frac{2k}{1+k^2}\right)^2 \sin^2\pi\frac{\delta}{\lambda}.$$

En tenant compte des relations (2) et (3), les valeurs précédentes prennent la forme

$$(6\ bis)\qquad \begin{cases} X^2 = 1 - \dfrac{\sin^2\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)^2}\omega^2, \\[2ex] Y^2 = \dfrac{\sin^2\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)^2}\omega^2; \end{cases}$$

ω et $\pi\frac{\delta}{\lambda}$ varient d'une manière continue, avec l'angle i dont ils dépendent, depuis le point central de l'image spectrale jusqu'à l'image des bords, dans le faisceau de lumière monochromatique qui a accès sur la pile thermo-électrique par l'ouverture rectiligne du diaphragme.

Pour la largeur ε de la fente et la hauteur angulaire di, l'intensité dY^2 correspondant à l'une des images a pour

valeur en appelant F la longueur focale du collimateur

$$dY^2 = \frac{\sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)^2} \omega^2 \varepsilon F \, di.$$

La moitié de l'intensité totale a pour expression, en appelant I la demi-hauteur angulaire de la fente vue du centre optique de la lentille collimatrice,

$$\int dY^2 = \int_0^I \frac{\sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)^2} \omega^2 \varepsilon F \, di.$$

Il est certain que $\frac{\sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)^2} \omega^2$, qui est fonction de i, varie, en général, dans le même sens, lorsque i grandit de o à I parce que I est petit (¹). L'expression $\int dY^2$ est donc comprise entre les valeurs données par $\frac{\sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)^2} \omega^2 \varepsilon FI$ où l'on fait successivement $i = o$ et $i = I$. De même $\int dX^2$ est compris entre les valeurs que prend l'expression

$$\left(1 - \frac{\sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)^2} \omega^2\right) \varepsilon . FI$$

lorsqu'on y fait $i = o$ et $i = I$.

(¹) Car $\pi \frac{\delta}{\lambda}$ est voisin de la valeur $\alpha = \frac{\pi}{4} + n \frac{\pi}{2}$ (p. 4) pour laquelle la fonction $\sin \pi \frac{\delta}{\lambda}$ est croissante.

L'expérience détermine les radiations pour lesquelles $\int dX^2 = \int dY^2$. Ces radiations sont comprises entre celles qui satisfont à la relation

$$1 - \frac{\sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)^2} \omega^2 = \frac{\sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)^2} \omega^2,$$

où l'on fait successivement $i = 0$ et $i = 1$. Les rotations ω et $\omega_1 = \omega + \Delta\omega$ correspondant à ces valeurs de i sont définies par les égalités

$$(7) \qquad \sin^2 \omega = \frac{1}{2} \quad \text{pour } i = 0 \text{ (}^1\text{)}$$

$$(8) \qquad \frac{\sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)^2} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \quad \text{pour } i = 1.$$

La différence $\Delta\omega$ entre les rotations des deux radiations qui comprennent celle que l'on observe représente une limite supérieure de l'erreur; elle correspond à une variation $\Delta\lambda$ de la longueur d'onde et à une correction Δn de l'indice dans le spectre ordinaire du spath. Il y aura lieu de comparer Δn à la précision des déterminations expérimentales.

L'expression (8) prend la forme suivante, en y remplaçant $\pi \frac{\delta}{\lambda}$ par sa valeur tirée de (3) et en tenant compte de la relation (7),

$$\sin^2(\omega + \Delta\omega) \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\pi\delta}{\omega_1 \lambda}\right)^2}{1 + \left(\frac{\pi\delta}{\omega_1 \lambda}\right)^2}} = \frac{1}{2} = \sin^2 \omega.$$

On en déduit, en développant et en négligeant les quan-

(1) Dans ce cas en effet ω est égal à $\pi \frac{\delta}{\lambda}$ d'après la formule (3), p. 28.

tités petites de l'ordre de $(\Delta\omega)^2$ et $\left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2 \Delta\omega$,

$$\Delta\omega = \frac{\left[1+\left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2\right]\sin^2\omega - \sin^2\left[\omega\sqrt{1+\left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2}\right]}{2\sqrt{1+\left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2}\sin\left[2\omega\sqrt{1+\left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2}\right]}.$$

Si l'on pose $\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda} = \theta$ et si l'on néglige les quantités de l'ordre de θ^4, en remarquant que $\omega = n\pi \pm \frac{\pi}{4}$, on déduit

$$\Delta\omega = \frac{\theta^2}{4}\left(1-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2\left(1-\frac{\pi}{4}\right) = 0{,}05365\left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2.$$

Le calcul de φ en fonction de l'angle d'incidence I, de l'épaisseur e de la lame, ainsi que des indices n_e et n_o extraordinaire et ordinaire du quartz donne

$$\varphi = e\left(\frac{n_o}{n_e}\sqrt{n_e^2-\sin^2 I} - \sqrt{n_o^2-\sin^2 I}\right);$$

on peut encore l'écrire sous la forme très approchée, en négligeant les termes en $\sin I$ d'ordre supérieur au deuxième,

$$\varphi = e\frac{\sin^2 I}{2n_o n_e^2}\left(n_e^2 - n_o^2\right).$$

Le calcul de ω en fonction du pouvoir rotatoire Ω, de l'angle d'incidence I et de l'épaisseur e de la lame cristalline donne

$$\omega = e\frac{\Omega}{\cos R}$$

avec

$$\cos R = \sqrt{1-\frac{\sin^2 I}{n_o^2}},$$

et par suite, en négligeant les termes de degré supérieur à $\sin^2 I$,

$$\omega = e\frac{2n_o^2\Omega}{2n_o^2-\sin^2 I}.$$

La quantité $\theta = \frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}$ peut donc s'écrire, en négligeant les termes de degré supérieur à $\sin^2 I$,

$$\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda} = \frac{\pi(n_e^2 - n_o^2)\sin^2 I}{2 n_o n_e^2 \Omega\lambda}$$

On en conclut l'expression de $\Delta\omega$

$$\Delta\omega = 0,05365 \times \left[\frac{\pi(n_e^2 - n_o^2)\sin^2 I}{2 n_o n_e^2 \Omega\lambda}\right]^2.$$

Ω est exprimé en fraction de π; nous le rencontrerons exprimé en degré sous la valeur Ω_1; si l'on remarque que

$$\frac{\Omega}{\pi} = \frac{\Omega_1}{180},$$

on peut écrire

$$(9) \qquad \Delta\omega = 0,05365 \times \overline{180}^2 \times \left[\frac{(n_e^2 - n_o^2)\sin^2 I}{2 n_o n_e^2 \Omega_1 \lambda}\right]^2.$$

Comme Ω_1 est rapporté au millimètre, il faudra exprimer la longueur d'onde en millimètres.

L'application numérique de la formule (9) aux repères extrêmes du Tableau de la page 26 donne, en fonction des données suivantes :

	Données.	$\Delta\omega$.	Données.	$\Delta\omega$.
Pouvoir rotatoire..	12°,59		2°,22	
Indice par rapport au spectre ordinaire du spath...	1,65000		1,63012	
Longueur d'onde...	0μ,767	$\Delta\omega = 0°,0000165$	1μ.825	$\Delta\omega = 0°,000054$
Indice ordinaire du quartz.....	1,53905		1,52397	
Indice extraordinaire du quartz..	1,54895		1,5327	

Les variations Δn de l'indice sont inférieures dans le premier cas à 10^{-8}, dans le deuxième cas à 10^{-6}; elles

sont de beaucoup inférieures à la précision de mes déterminations.

Deuxième cas. — *La lentille n'est pas rigoureusement achromatique.* — Admettons qu'elle soit achromatique pour les radiations voisines du rouge et qu'elle ne le soit plus pour l'extrême infra-rouge. Soit f sa longueur focale légèrement supérieure à 29^{cm}. Le collimateur donne, pour cette radiation, une image virtuelle du point central de la fente située à la distance x de la lentille définie par la relation

$$x = \frac{29f}{f-29}.$$

Les rayons qui émergent du collimateur possèdent ainsi par rapport à son axe optique une inclinaison variant entre o et l'angle I défini par

$$\operatorname{tang} I = \frac{2,1}{x} = \frac{2,1(f-29)}{29f} \text{ (1)}.$$

Les repères adoptés correspondent à des rotations du plan de polarisation qui sont représentées par la formule $\omega = n\pi \pm \frac{\pi}{4}$. Si la lumière traverse le quartz dans une direction inclinée définie par l'angle d'incidence i, auquel correspond une certaine valeur de $\pi\frac{\delta}{\lambda}$, les repères satisfont, d'après l'égalité (8), à la relation

$$\frac{\sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\left(\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)^2} \omega_1^2 = \frac{1}{2},$$

qui est satisfaite pour les longueurs d'onde auxquelles correspond la rotation $\omega_1 = (\omega + \Delta\omega)$ du plan de polarisation. $\Delta\omega$ représente ainsi la valeur maximum de l'erreur intro-

(1) Le diamètre de l'ouverture de la lentille est, en effet, égal à $4^{cm},2$.

duite par le défaut d'achromatisme de la lentille. Le calcul identique à celui du cas précédent conduit à la même expression

$$\Delta\omega = 0,05365 \times \overline{180}^2 \times \left(\frac{(n_e^2 - n_o^2)\sin^2 I}{2 n_o n_e^2 \Omega_1 \lambda}\right)^2.$$

Pour que cette grandeur soit comparable à celle obtenue dans le cas précédent, lorsque $\Omega_1 = 2^\circ,22$, il faut que I soit du même ordre de grandeur que la valeur correspondant au bord de la fente. La différence $f - 29 = y$, qui donne aux deux expressions $\frac{0,4}{29}$ et $\frac{2,1 \times y}{29 f}$ ou $\frac{2,1 \times y}{29^2}$ la même valeur, est 5^{cm}.

Il faudrait donc qu'il existât une différence atteignant 5^{cm} entre les longueurs focales des radiations de longueurs d'onde $0^\mu,7$ et $1^\mu,8$, pour produire un écart $\Delta\omega$ du même ordre de grandeur que celui dû à la hauteur de la fente, pour lequel le calcul a démontré une correction inappréciable. Cette différence est certainement trop forte et la lentille du collimateur ne présente pas un pareil chromatisme.

Il résulte de cette discussion que la hauteur de la fente et le défaut d'achromatisme de la lentille n'introduisent pas des erreurs appréciables dans la détermination des repères adoptés.

Cette conclusion avait déjà été démontrée expérimentalement par Mouton et par M. Carvallo.

2° *Influence de la déformation de l'image spectrale.* — Dans le spectre, le lieu des points correspondant à une même longueur d'onde est une courbe présentant sa *convexité vers le rouge;* le point de contact de la tangente parallèle à la fente du collimateur est l'image du point de la fente qui appartient à l'axe optique du collimateur. Ce fait résulte, comme l'a montré M. Cornu [1], de la déviation inégale produite par le prisme, en lumière mono-

[1] Cornu, *Annales de l'École Normale*, 1re série, t. I, p. 255; 1872.

chromatique, sur les faisceaux parallèles provenant des différents points de la fente. Les formules ordinaires du prisme, dans le cas du minimum de déviation et de la réfraction dans le plan de section principale, s'appliquent à la projection sur ce plan de toute autre direction faisant l'angle i avec la section droite, à condition de remplacer l'indice n par la valeur

$$n_i = \sqrt{n^2 + (n^2 - 1)\tang^2 i}. \tag{10}$$

Comme la valeur n_i augmente avec i, les images des deux extrémités de la fente sont plus déviées que celle de son milieu : la frange tourne sa convexité vers le rouge.

Dans un Mémoire plus récent, M. Carvallo [1] donne une forme équivalente à ce résultat ; la valeur angulaire f de la flèche de la courbe en fonction de la demi-hauteur angulaire $\tang i$ de la fente, ainsi que des angles Δ de déviation minimum et A du prisme, a pour expression

$$f = \left[\frac{2\cos^2\frac{A}{2}}{\sin(A+\Delta)} - \cot\frac{A+\Delta}{2}\right]\tang^2 i;$$

f représente aussi la variation angulaire correspondant à l'accroissement $n_i - n = \Delta n$ de l'indice dont la valeur approchée résulte de la formule (10), qui donne

$$\Delta n = \frac{n^2-1}{2n}\tang^2 i.$$

Dans ce Mémoire se trouve l'énoncé suivant : « La déviation observée Δ_0, au moyen de la pile thermo-électrique, doit recevoir une correction négative égale au $\frac{1}{3}$ de la flèche observée. »

$$\Delta = \Delta_0 - \frac{f}{3}.$$

---

[1] CARVALLO, *Annales de Ch. et de Phys.*, 7e série, t. IV, p. 5.

Or, à Δ_0 correspond l'indice n_o observé, à f correspond la variation Δn de l'indice. Comme la déviation et l'indice varient dans le même sens, cet énoncé se transforme et l'indice corrigé n prend la valeur donnée par la formule

$$n = n_o - \frac{\Delta n}{3}.$$

Application. — Si l'on fait $\tang i = \frac{0,4}{29}$ et si l'on calcule Δn, on trouve, pour les différentes longueurs d'onde de l'infra-rouge, la valeur

$$\Delta n = 0,000099.$$

Par conséquent,

$$\frac{\Delta n}{3} = 0,000033.$$

La correction est donc de trois unités de la cinquième décimale. Or, les résultats sont exprimés avec la précision correspondant à cinq unités de la cinquième décimale; la correction est ainsi moindre que l'erreur provenant de la lecture du cercle goniométrique.

3° *Influence de l'inégalité des affaiblissements exercés par l'analyseur biréfringent sur les rayons ordinaire et extraordinaire.* — Il suffit de se placer dans le cas où le dichroïsme de l'analyseur est négligeable, et de choisir les expériences parmi celles qui remplissent les conditions énoncées plus haut, conditions relatives à la symétrie par rapport à l'abscisse de la courbe des maxima et de la courbe des minima.

4° *Influence de la largeur de la fente.* — M. Carvallo l'étudie dans son Mémoire [1]; il emploie dans le spectre ordinaire du spath une fente de $1^{mm},6$ de largeur, et il vérifie que, dans sa méthode, « l'effet de l'ouverture est

[1] CARVALLO, *loc. cit.* (*Annales de Ch. et de Phys.*, 7e série, t. IV).

bien dissimulé par les erreurs accidentelles ». D'ailleurs, l'ouverture que j'ai employée est la même que celle de M. Moreau, dans ses expériences sur le même objet. Je conclus, de considérations analogues à celles développées par M. Carvallo, que l'influence de la largeur de la fente introduit des perturbations inférieures à la précision que j'ai annoncée.

II. Causes d'erreur dues à un défaut de construction des appareils.

1° *Influence d'un défaut de taille du quartz.* — Ainsi que je l'ai dit plus haut, je n'ai pu, avec un procédé précis, mettre en évidence une inclinaison de l'axe du quartz sur les faces d'entrée de l'ordre du demi-degré. Or, nous avons vu que l'angle i défini par $\tang i = \frac{0,4}{29}$, qui correspond à $47'46''$, n'altère pas les résultats. Il en est de même d'un défaut de taille du quartz qui correspond certainement à un angle inférieur à cette valeur.

2° *Le prisme de spath peut ne pas avoir son arête parallèle à son axe.* — S'il en est ainsi, l'origine de la vibration tombant sur le quartz est mal déterminée, puisque cette dernière est supposée parallèle à l'arête du prisme; mais l'expérience elle-même démontre que cette erreur est inappréciable, à cause de la symétrie par rapport à la visée directe des repères correspondants dans les spectres déviés à droite, puis à gauche. Si l'angle de l'arête et de l'axe du prisme est égal à ε, la différence des rotations du plan de polarisation dans le spectre dévié à droite, puis dans le spectre dévié à gauche, devrait être égale à 2ε; il résulte donc des expériences que cet écart, s'il existe, affecte le résultat expérimental d'une erreur inférieure à celle qui provient de la lecture du cercle goniométrique.

III. Résultats corrigés relatifs au quartz n° 1.

Dans les Tableaux précédents et dont le résumé est indiqué page 26, j'ai introduit les résultats de mes expériences, sans y faire aucune correction et sans faire appel à aucune détermination antérieure. Les radiations sont caractérisées par leurs indices dans le spectre ordinaire du spath. Il y a lieu de retrancher des indices la correction 0.00003 provenant de la réfraction inclinée à travers le prisme, si l'on veut conserver à ces nombres la précision de cinq unités de la cinquième décimale déjà énoncée.

Pour rapporter le pouvoir rotatoire à la longueur d'onde, j'ai utilisé les nombres ci-dessous, extraits du Mémoire de M. Carvallo (¹) :

	Longueurs d'onde.	Indices ordinaires du spath.	Indices corrigés.
	μ		
	1,984	1,6279	1,6278
	1,54	1,6350	1,6349
	1,45	1,6361	1,6360
	1,22	1,6403	1,6402
	1,08	1,6424	1,6423
Raie A...	0,76	1,65006	1,65006
Raie B...	0,6867	1,65293	1,65293

J'ai fait subir aux cinq premiers nombres de ce Tableau, déterminés avec la pile thermo-électrique, la correction $\Delta = \Delta_0 - \frac{f}{3}$ (*voir* p. 37) relative à l'erreur produite par les déformations que donne le prisme sur les franges de Fizeau et Foucault, utilisées dans les déterminations de M. Carvallo.

Cette correction conduit à retrancher des indices la valeur 0,0001, correspondant à la hauteur de fente de

(¹) CARVALLO, *Annales de l'Ecole Normale*, 3e série, t. VII, p. 114.

15mm (1). Ceci explique la colonne des indices corrigés.

On en déduit les longueurs d'onde inscrites dans le Tableau ci-dessous :

Pouvoir rotatoire.	Indices ordinaires du spath.	Longueurs d'onde déduites.
α		μ
12,59	1,64997	0,767
11,11	1,64836	0,817
9,63	1,64672	0,875
8,14	1,64494	0,95
6,66	1,64292	1,04
5,18	1,64031	1,19
3,70	1,63682	1,415
2,22	1,63009	1,82

Les nombres de ce Tableau sont ceux définitivement adoptés pour la température moyenne de 18°. — Je rappelle que la précision de l'indice ordinaire du spath est de cinq unités de la cinquième décimale.

Au point de vue de l'exactitude de ces résultats, le dichroïsme de l'analyseur en spath ne peut pas être mis en cause, puisque, d'après M. Merritt (2), cette perturbation ne devient appréciable qu'à partir de 2μ,0. C'est cette perturbation et le défaut d'intensité existant au delà de 2μ,10 dans le spectre ordinaire du spath qui m'ont fait abandonner la recherche du repère de rang 1 donné par le quartz n° 1. Pour ce repère la rotation du plan de polarisation est égale à 45° (*voir* le Tableau de la page 27).

Remarquons aussi que, pour les repères obtenus, l'absorption de l'image ordinaire du spath par le spath lui-même ne dépasse pas les 20 pour 100 de la lumière incidente. Il n'y a donc pas lieu de s'étonner que les déviations

(1) La hauteur de la fente n'est pas indiquée dans le Mémoire de M. Carvallo ; mais ce dernier a bien voulu me communiquer ce nombre, extrait de son carnet d'expériences.

(2) MERRITT, *loc. cit.* p. 12.

galvanométriques, obtenues dans cette région de l'infra-rouge, aient été parfaitement observables.

VI. — Résultat obtenu avec le quartz n° 2.

Le quartz n° 1 m'a permis d'atteindre la longueur d'onde $1^{\mu},82$, supérieure à la valeur $1^{\mu},715$, à laquelle s'est arrêté M. Moreau. Les déterminations de M. Hupe atteignent $2^{\mu},09$, et, si l'on consulte le diagramme de la *fig.* 1, on constate, à partir de $1^{\mu},83$, une déformation singulière de la courbe; le pouvoir rotatoire diminue rapidement et prend une valeur voisine de $(\frac{1}{2})$ degré pour la longueur d'onde égale à $2^{\mu},09$. La courbe de M. Carvallo conserve, au contraire, une marche d'allure asymptotique à l'axe des abscisses.

Ce sont des résultats contradictoires qui justifient de nouvelles mesures.

Il s'agissait d'obtenir une détermination au delà de $2^{\mu},10$. Il fallait se mettre à l'abri des causes perturbatrices dues au dichroïsme de l'analyseur pour l'infra-rouge et dans des conditions convenables de sensibilité. J'ai employé comme analyseur l'ensemble des deux prismes de Wollaston déjà décrits (page 12); jusqu'à $2^{\mu},7$, ils laissent passer des proportions de lumière ordinaire et de lumière extraordinaire, égales l'une et l'autre à 90 pour 100. J'ai enfin utilisé le spectre extraordinaire du spath, qui, jusqu'à $2^{\mu},80$, laisse passer les 90 pour 100 de la lumière incidente [1].

J'ai employé le galvanomètre très sensible du type Weiss-Broca, construit au laboratoire sur les indications de M. Carvallo. Ce dernier a bien voulu me prêter son gracieux concours pour effectuer cette détermination; je tiens à l'en remercier ici.

---

[1] E. Merritt, *loc. cit.* p. 1[illegible].

Résultats. — Au lieu de contrôler l'exactitude des résultats par la symétrie, par rapport à l'axe des x, des courbes des maxima et des minima, j'ai fait successivement deux séries de mesures, l'analyseur étant dans deux positions à 180° l'une de l'autre. S'il n'existe aucune dissymétrie dans le système interférentiel et dans la pile thermo-électrique, les résultats devront être les mêmes dans les deux cas.

Quartz n° 2. Épaisseur : $27^{mm},049$. — Température : 18°.

Le point observé correspond à une rotation du plan de polarisation égale à 45°.

Première expérience. — La section principale de l'analyseur est à l'azimut α.

Visée directe observée... ..... 89°39′,5

Spectre dévié à droite.	Spectre dévié à gauche.	Déviation.	Visée directe calculée.
124°40′,0	54°40′,0	$2\Delta = 70°,0$	$\frac{124°40' + 54°,40'}{2} = 89°40',0$

Deuxième expérience. — La section principale de l'analyseur est à l'azimut $\alpha + 180°$.

Visée directe observée..... 89°39′,5

Spectre dévié à droite.	Spectre dévié à gauche.	Déviation.	Visée directe calculée.
123°37′,0	54°39′,0	$2\Delta = 69°58'$	$\frac{124°37' + 54°,39'}{2} = 89°38'$

Ce Tableau démontre l'exactitude des repères adoptés; l'écart entre la visée directe observée et la visée adoptée ne dépasse pas deux minutes. La moyenne des visées calculées 89° 39′, 25 diffère de la valeur observée d'une quantité moindre que la limite de précision de lecture du cercle goniométrique.

Les valeurs de 2Δ diffèrent l'une de l'autre de deux minutes; elles s'écartent d'une minute de leur valeur moyenne $69°59'$. Par conséquent les valeurs extrêmes de $\frac{\Delta}{2}$ diffèrent de la moyenne de $(\frac{1}{4})$ de minute. Si l'on calcule l'indice en admettant l'angle au sommet du prisme égal à 30° et si l'on utilise le Tableau de M. Cornu [1], on trouve pour l'indice

$$n = 1,47446;$$

or, pour une variation $\delta\left(\frac{\Delta}{2}\right) = 1'$, on a $\delta n = 0,0004$.

Par conséquent une variation de $(\frac{1}{4})$ de minute correspond à $\delta n = 0,0001$. La moyenne n des indices diffère donc de l'indice extrême d'une quantité de l'ordre d'une unité de la quatrième décimale. C'est cette limite qui caractérise la précision de cette détermination.

Par conséquent, à la température de 18°, la radiation, dont l'indice dans le spectre extraordinaire du spath est égal à $n = 1,47446$ (avec une précision d'une unité de la quatrième décimale), a pour pouvoir rotatoire 1°,66.

La longueur d'onde est déterminée en utilisant les résultats de M. Carvallo [2], que j'ai adoptés sans faire de correction de température :

Longueurs d'onde.	Indices extraordinaire du spath à 20°.
μ	
2,15	1,4753
1,77	1,4767
1,45	1,4779
1,08	1,4797
0,76040	1,48277

La dispersion du spectre extraordinaire du spath n'a été étudiée que jusqu'à $2^{\mu},15$ où l'indice est égal à 1,4753;

---

(1) CORNU, *Annales de l'École Normale*, 2e série, t. IX, p. 97; 1880.
(2) CARVALLO, *Annales de l'École Normale*, Supplément 1892.

la radiation qui m'a servi de repère possède un indice plus faible et par suite une longueur d'onde plus grande; je ne puis la calculer que par extrapolation en prolongeant la courbe représentative. J'adopte $2^{\mu},4$ pour la longueur d'onde.

Cette opération, qui présente un peu d'incertitude, laisse toutefois son entière précision à la détermination que j'ai faite, puisque la radiation est définie par son indice dans le spectre extraordinaire du spath. D'ailleurs, l'erreur résultant de l'extrapolation ne suffit pas à expliquer les écarts qui existent entre mes résultats et ceux des précédents expérimentateurs; l'allure de la courbe ne serait pas changée si j'adoptais les longueurs d'onde $2^{\mu},3$ ou $2^{\mu},5$, au lieu de $2^{\mu},4$; la variation du pouvoir rotatoire dans cette portion du spectre est en effet extrêmement faible.

VII. — ÉTUDE CRITIQUE DES RECHERCHES ANTÉRIEURES SUR LE POUVOIR ROTATOIRE DU QUARTZ DANS L'INFRA-ROUGE.

Voici les résultats numériques des divers expérimentateurs, qui ont servi à la construction du diagramme de la *fig.* 1.

Indices ordinaires du spath.	Longueurs d'onde.	Pouvoir rotatoire.	Nom de l'expérimentateur.
	μ 0,7604	12,668	Hussel
1,64997	0,7670	12,590	Dongier
	0,80	11,44	Hupe
1,64836	0,805	11,11	Dongier
	0,822	10,939	Hussel
	0,842	10,28	Moreau
	0,8489	10,167	Hussel
1,64672	0,875	9,63	Dongier
	0,899	9,117	Hussel
	0,9332	8,467	Hussel
	0,944	7,95	Moreau

Indices ordinaires du spath.	Longueurs d'onde.	Pouvoir rotatoire.	Nom de l'expérimentateur.
	μ		
1,64494	0,95	8,14	Dongier
	1,,0	7,25	Hupe
	1,0054	7,232	Hussel
1,64292	1,04	6,66	Dongier
	1,076	5,95	Moreau
	1,08	6,18	Carvallo
	1,126	5,53	Moreau
	1,170	4,99	Moreau
1,64031	1,19	5,18	Dongier
	1,20	4,95	Hupe
	1,244	4,21	Moreau
	1,40	3,62	Hupe
1,63682	1,415	3,70	Dongier
	1,419	3,12	Moreau
	1,45	3,43	Carvallo
	1,543	2,32	Moreau
	1,60	2,76	Hupe
	1,715	1,83	Moreau
	1,77	2,28	Carvallo
1,63009	1,82	2,22	Dongier
	1,90	1,87	Hupe
	1,98	1,53	Hupe
Indice extraord. du spath :	2,00	1,29	Hupe
	2,09	0,58	Hupe
	2,14	1,60	Carvallo
1,47446	2,4	1,66	Dongier

Ma courbe et celle de M. Carvallo sont à peu près parallèles; mes résultats sont plus élevés et les écarts grandissent de $0^{\circ},05$ à $0^{\circ},15$ entre $1^{\mu},08$ et $2^{\mu},14$. Ces mesures ne sont pas contradictoires et les différences peuvent se justifier par l'incertitude de la détermination de la longueur d'onde pouvant atteindre $\frac{2}{100}$ de micron et par l'incertitude qui résulte de la méthode de Desains qu'emploie M. Carvallo. Les résultats de Moreau sont nettement trop faibles. Ceux de M. Hupe s'écartent des miens à partir

de $1^{\mu},86$. La discussion de ces expériences me paraît indispensable.

1° *Expériences de MM. Carvallo et Moreau.* — MM. Carvallo et Moreau ont employé la même méthode qui comprend deux parties bien distinctes : en premier lieu, la graduation du goniomètre en longueurs d'onde par le procédé de Mouton (1). Ce procédé, décrit page 5 de ce Mémoire, consiste à déterminer les déviations correspondant à des repères, obtenus par la méthode de Fizeau et Foucault, après en avoir préalablement calculé la longueur d'onde. M. Carvallo a employé, pour étudier la dispersion ordinaire et extraordinaire du spath (2), les mêmes lames de quartz dont Mouton s'était servi. M. Moreau a fait des déterminations analogues en employant d'autres lames de quartz; ses résultats, conformes à ceux de Mouton, lui ont permis l'étude de la dispersion d'un prisme de flint.

Dans la partie de leurs recherches, qui se rapporte plus particulièrement à la mesure du pouvoir rotatoire, MM. Carvallo et Moreau ont employé la méthode de Desains. On cale la lunette dans une direction caractérisant une longueur d'onde connue.

M. Carvallo laisse fixe l'analyseur; après avoir déterminé approximativement la direction de la vibration qui émerge du quartz, il se place dans les conditions de sensibilité maximum en observant les impulsions galvanométriques a et b obtenues dans deux positions rectangulaires du polariseur, qui donnent des vibrations émergeant du quartz à 45° environ des sections principales de l'analyseur.

A l'aide de la formule $\sin 2u = \frac{a-b}{a+b}$, M. Carvallo précise la valeur de l'angle u que forme cette vibration

(1) MOUTON, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. XVIII, p. 145.
(2) CARVALLO, *Annales de l'École Normale*, 2e série, t. VII, Supplément, 1892.

avec la bissectrice des sections principales de l'analyseur.

Après avoir calé la pile thermo-électrique, M. Moreau, laissant immobile le polariseur, détermine les impulsions galvanométriques a et b obtenues dans deux positions rectangulaires de l'analyseur. L'angle ω de la vibration avec la section principale de l'analyseur est donné par la relation

$$\cos^2\omega = \frac{a}{a+b}.$$

Dans cette méthode, plusieurs causes d'erreur interviennent, qui paraissent donner l'avantage à mon dispositif expérimental. Ce sont : 1° l'incertitude de la direction de la lunette pour une longueur d'onde donnée; 2° l'erreur commise sur le repérage de la vibration par rapport aux sections principales de l'analyseur ou du polariseur, et enfin 3° l'obligation de faire tourner le polariseur ou l'analyseur; cette opération dévie le faisceau lumineux, car le centrage ne peut pas être obtenu systématiquement d'une façon parfaite. Dans la méthode que j'utilise, le polariseur et l'analyseur conservent une position invariable, la rotation du plan de polarisation a une valeur *rigoureusement* déterminée; l'erreur porte seulement sur la mesure de la longueur d'onde. De plus, la lumière qui traverse l'appareil rencontre toujours les mêmes portions des surfaces optiques.

Bien que MM. Carvallo et Moreau aient mis en pratique les mêmes procédés de Mouton et de Desains, leurs résultats sont différents. M. Moreau adresse quelques critiques aux expériences plus anciennes de M. Carvallo. Quelques-unes d'entre elles ne me paraissent pas fondées. D'abord on ne saurait reprocher l'emploi de la lampe Bourbouze; les témoignages de Desains [1] et de Mou-

[1] Desains, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXX, p. 985.

ton [1], relatifs à son bon fonctionnement, ne peuvent pas être mis en doute; on peut obtenir avec elle une intensité *constante*, en régularisant les courants d'air et de gaz. Il n'y a pas lieu non plus de reprocher à M. Carvallo, pour la détermination relative à $2^{\mu},14$, que les différences dans les rotations observées atteignent 25′ pour un angle moyen de 2°; il y a là une erreur d'attention; la différence de 25′ ne porte pas sur 2°, mais sur la rotation de la vibration, qui est de 13°,2; d'où une erreur de $\frac{3}{100}$ dans l'évaluation du pouvoir rotatoire. Enfin, M. Moreau signale la trop grande largeur de la fente ($1^{mm},6$) et la trop faible dispersion ordinaire du spath; cette cause d'erreur, ainsi que le défaut de calage de la pile, sont bien mis en évidence dans l'étude du spectre extraordinaire; mais, dans le spectre ordinaire, M. Carvallo calcule l'influence de la largeur de la fente et introduit les corrections qui conviennent; on ne saurait donc lui reprocher cette cause d'erreur. Je crois qu'il vaut mieux employer une fente plus étroite, avec une source calorifique plus intense; la largeur égale à $0^{mm},5$, que j'ai adoptée, me paraît donner de bons résultats.

Une objection peut être faite à la fois aux deux expérimentateurs. Entre le polariseur et l'analyseur sont interposés le quartz et une lentille; la grandeur des impulsions a et b qui fixent la direction de la vibration dépend à la fois du quartz et de la lentille; l'isotropie de cette dernière n'est pas parfaite; elle n'est d'ailleurs pas connue, et il serait difficile d'évaluer la perturbation dont elle est la cause. Peut-être cela suffirait-il à expliquer les faibles écarts qui différencient mes résultats de ceux de M. Carvallo, tandis que cette cause d'erreur est insuffisante pour expliquer les différences que présentent mes résultats avec ceux de M. Moreau.

---

[1] MOUTON, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. XIII, p. 244.

Je crois que les expériences de M. Moreau présentent une cause d'erreur grave provenant de l'emploi de lumière solaire et de la rotation de l'analyseur.

M. Langley [1] a étudié les bandes d'absorption de l'infra-rouge solaire; les plus importantes se trouvent aux longueurs d'onde $0^{\mu},94$, $1^{\mu},15$, $1^{\mu},40$ et $1^{\mu},80$. Ces bandes n'ont pas toutes la même largeur et subissent de légères variations suivant l'état de l'atmosphère.

Le minimum d'intensité de la première ($0^{\mu},94$) n'est pas moindre que la moitié des intensités voisines; celui de la deuxième ($1^{\mu},15$) prend des valeurs plus petites que le tiers des intensités voisines; enfin les deux autres bandes présentent des minima voisins de zéro et elles sont beaucoup plus larges que les précédentes; ainsi, la troisième s'étend entre $1^{\mu},34$ et $1^{\mu},48$. Une particularité importante caractérise chacune d'elles : c'est la chute brusque de l'intensité à partir de leurs bords. Donc, en promenant une pile thermo-électrique, diaphragmée par une fente, dans le spectre infra-rouge solaire, on devra constater des variations brusques dans l'intensité calorifique lorsqu'on se trouve au voisinage des bords d'une bande. Si l'on déplace, de même, le spectre par rapport à la pile thermo-électrique supposée fixe, une faible variation dans la position du spectre correspond à une grande variation dans l'intensité calorifique.

Dans les expériences de M. Moreau, le nicol analyseur, qu'on fait tourner, se trouve entre la fente et la lentille collimatrice; la rotation du nicol provoque ainsi le déplacement du faisceau lumineux qui en émerge et qui paraît provenir d'une fente virtuelle se déplaçant avec lui. Il sort du collimateur des faisceaux de lumière qui rencontrent le prisme sous des angles variant avec la position de l'analyseur et qui donnent des spectres subissant de légers dé-

---

[1] LANGLEY, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. XXIX, p. 497.

placements. Pour deux positions rectangulaires de l'analyseur, la fente de la pile thermo-électrique n'est donc pas, en général, éclairée par les mêmes radiations; les amplitudes galvanométriques observées a et b ne correspondent pas à la même longueur d'onde. Bien plus, en vertu des remarques que nous venons d'énoncer sur le Soleil, la valeur exacte a_1, correspondant à la radiation pour laquelle on a trouvé la valeur b, est très différente de la valeur a observée. L'influence perturbatrice des bandes d'absorption, dans le cas des expériences de M. Moreau, est ainsi bien mise en évidence. Le Tableau comparatif des positions des longueurs d'onde de M. Moreau et de celles caractéristiques des bandes du Mémoire de M. Langley va nous documenter en vue de cette discussion.

Longueurs d'onde de M. Moreau.	Longueurs d'onde de M. Langley. Bords des bandes d'absorption.	Longueurs d'onde de M. Langley. Milieux des bandes d'absorption.	
$0^{\mu},842$			
	$0^{\mu},90$		
$0^{\mu},944$		$0^{\mu},95$	1re bande.
	$1^{\mu},00$		
	$1^{\mu},05$		
$1^{\mu},076$			
$1^{\mu},12$			
		$1^{\mu},15$	2e bande.
$1^{\mu},17$			
	$1^{\mu},23$		
$1^{\mu},244$			
	$1^{\mu},30$		
		$1^{\mu},40$	3e bande.
$1^{\mu},419$			
	$1^{\mu},50$		
$1^{\mu},52$			
	$1^{\mu},70$		
$1^{\mu},715$			4e bande.
		$1^{\mu},85$	
	$2^{\mu},10$		

Toutes les radiations de M. Moreau se trouvent dans le voisinage des bords des bandes d'absorption; l'une d'entre elles cependant, $1^{\mu},419$, se trouve au milieu de la troisième bande, qui est très large; mais l'inconvénient se manifeste alors par une intensité à peu près nulle; ce qui nuit singulièrement à la précision de la mesure. Il aurait été intéressant de connaître exactement la portion du spectre embrassée par le diaphragme de la pile thermoélectrique de M. Moreau; mais je n'ai pu trouver la longueur focale de l'objectif de la lunette employée et, bien que connaissant l'ouverture du diaphragme, je n'ai pu déterminer la valeur angulaire.

2° *Expériences de M. Hupe.* — M. Hupe détermine dans l'infra-rouge les longueurs d'onde des cannelures obtenues avec un quartz droit de $41^{mm},8345$ d'épaisseur, placé entre deux nicols. On note la courbe des intensités en déplaçant un bolomètre du type Rubens (1) dans le spectre infra-rouge. Les maxima et les minima sont les repères adoptés. Le prisme de flint employé, dont la dispersion a été étudiée par M. Snow (2), sert à mesurer les longueurs d'onde correspondantes. La source calorifique (lampe au zircon de Linnemann) forme son image sur la fente du collimateur. Les rayons, issus de la fente, traversent, dans l'ordre suivant, le nicol polariseur, la lentille collimatrice, le prisme de flint, le quartz, la lentille de la lunette, le nicol analyseur; l'image de la fente du collimateur se forme ensuite sur la bande bolométrique.

Quelques objections peuvent être faites à ce dispositif expérimental.

En premier lieu, les nicols ne sont pas traversés par de la lumière parallèle. En second lieu, la lumière issue du polariseur, avant d'arriver à l'analyseur, traverse la len-

(1) Rubens, *Wied. Ann.*, t. XXXVII, p. 256; 1889.
(2) Snow, *Wied. Ann.*, t. XLVII, p. 208.

tille collimatrice, le prisme de flint, puis le quartz; la trempe des verres et les réfractions sont autant de causes qui influent sur la polarisation de la lumière et ajoutent leurs effets à celui du quartz qu'on veut mesurer. Ces perturbations sont difficilement calculables. Enfin, la détermination des maxima et des minima d'intensité calorifique, qui correspondent aux repères adoptés, présente une grande incertitude et je crois qu'il faut surtout attribuer à cette cause d'erreur les différences très grandes qui existent entre les résultats correspondant à un même repère et dont le Tableau XI est donné p. 44 du Mémoire de M. Hupe.

Je signale en particulier la détermination relative à la longueur d'onde $2^{\mu},09$ pour laquelle les diverses déterminations ont donné 0,68, 0,47 et 0,58 pour la valeur du pouvoir rotatoire, ainsi que celle correspondante à $2^{\mu},00$ où sont indiqués les chiffres 1,04, 1,53 et 1,29.

Les écarts entre deux mesures successives d'un même repère atteignent le $\frac{1}{3}$ de la grandeur à mesurer. Ces résultats ne peuvent donc pas être opposés à ceux que j'ai obtenus.

VIII. — Formules empiriques et conclusions.

Les formules qui représentent la variation du pouvoir rotatoire, en fonction de la longueur d'onde, ont été le plus souvent déduites de considérations théoriques. Citons le type

$$\rho = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \ldots$$

qui résulte des théories de Boltzmann, de M. Boussinesq et de M. Voigt.

MM. Soret et Sarazin [1] ont fait subir à cette formule

[1] J.-L. Soret et Ed. Sarasin, *Archives des Sciences de Genève*, 1882.

de légères modifications afin de traduire les résultats expérimentaux qu'ils ont obtenus dans le spectre ultra-violet et dans le spectre visible. La variable adoptée est la longueur d'onde ordinaire dans le quartz $l = \frac{\lambda}{n}$. Ces formules, qui sont

$$\rho = \frac{B}{l^2} + \frac{C}{l^4} + \frac{D}{l^6} + \ldots$$

$$\rho = K l^2 + \frac{B}{l^2} + \frac{C}{l^4} + \ldots,$$

conviennent à condition de partager le spectre en intervalles pour chacun desquels les constantes ont des valeurs bien déterminées, différant d'un intervalle à l'autre.

M. Carvallo a tiré de la formule de dispersion de M. Ketteler, avec les équations du type Boussinesq-Helmholtz, la relation

$$\rho.\lambda^2 = A n^2 - B, \qquad \text{avec} \qquad \begin{array}{l} A = 11,976, \\ B = 21,027. \end{array} \text{ (1)}$$

Il tient compte du théorème de M. Cornu sur l'égalité entre l'indice de la vibration rectiligne tournante et la moyenne des indices des deux vibrations circulaires. Cette formule, qui présente l'avantage de ne contenir que deux constantes, suit d'assez près les résultats expérimentaux obtenus par MM. Soret et Sarazin entre $0^{\mu},76$ et $0^{\mu},32$ (2). Pour les longueurs d'onde plus faibles, comprises entre $0^{\mu},32$ et $0^{\mu},215$, ainsi que pour les radiations de l'infra-rouge, la concordance est moins satisfaisante.

M. Moreau s'est servi du même théorème de M. Cornu et de la formule de dispersion de Briot

$$\frac{1}{n^2} = A + K l^2 + B l^{-2} + C l^{-4}$$

dont les constantes, calculées par M. Carvallo, conduisent

(1) n est l'indice ordinaire du quartz; λ est exprimé en microns.

(2) CARVALLO, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XXVI; p. 119.

à des résultats qui concordent très exactement avec l'expérience. Il déduit

$$\rho = Bn + C\frac{\lambda^2}{n} + D\frac{n^3}{\lambda^2} + E\frac{n^5}{\lambda^4} \left\{ \begin{array}{r} \log B + \bar{1},3387014, \\ \log(-C) + \bar{1},8864061, \\ \log D + 0,2958409, \\ \log E + \bar{3},956201. \end{array} \right.$$

Cette formule convient pour le spectre visible et pour l'ultra-violet; elle donne dans l'infra-rouge, à partir de $1^{\mu},35$, des valeurs plus faibles que les nombres expérimentaux de M. Moreau lui-même.

	Résultats de M. Moreau.			Résultats de M. Carvallo.		
Longueurs d'onde.	Observation.	Formule.	Différence.	Observation.	Formule.	Différence.
μ						
0,842.....	10,28	10,31	—0,03			
0,944.....	7,95	8,01	—0,06			
1,076.....	5,95	5,98	—0,03			
1,08.....				6,18	6,13	+0,05
1,126.....	5,53	5,41	+0,12			
1,170.....	4,99	4,90	+0,09			
1,244.....	4,21	4,16	+0,05			
1,419.....	3,12	2,87	+0,25			
1,45.....				3,43	3,31	+0,12
1,543.....	2,32	2,17	+0,15			
1,715.....	1,83	1,25	+0,58			
1,77.....				2,28	2,17	+0,11
2,14.....				1,60	1,44	+0,16

Pour les longueurs d'onde supérieures à $1^{\mu},40$, les écarts qui existent entre les nombres de la formule et les résultats expérimentaux de M. Moreau, sont plus élevés que ceux constatés entre la formule et les résultats de M. Carvallo; les nombres observés par chacun d'eux sont supérieurs aux nombres déduits de leurs formules respectives, et la différence va en augmentant avec la longueur d'onde.

Comme les nombres représentant mes résultats expérimentaux sont plus forts que ceux de MM. Moreau et Carvallo, leurs formules ne sauraient convenir pour les représenter.

Ainsi, pour la longueur d'onde $1^{\mu},715$, la plus grande que M. Moreau ait déterminée, sa formule donne $1^{\circ},25$ et j'ai observé $2^{\circ},50$.

La formule $\rho\lambda^2 = An^2 - B$ (Carvallo) ne permet pas non plus de représenter mes résultats; en effet, pour les grandes longueurs d'onde que j'ai observées, le produit $\rho\lambda^2$ grandit avec λ, tandis que $An^2 - B$ diminue.

Cette formule, convenablement modifiée par l'introduction d'un terme prenant de l'importance dans l'infra-rouge et ayant une très petite influence pour les longueurs d'onde plus faibles, permet de représenter l'ensemble des résultats avec la même approximation que celle obtenue dans le spectre visible avec la formule de M. Carvallo.

Le Tableau suivant donne la comparaison des nombres calculés à l'aide de la formule

$$\rho = \frac{11,976n^2 - 21,027}{\lambda^2} + \frac{0,3708}{(\lambda - 3,2)^2}$$

avec les résultats que j'ai obtenus dans l'infra-rouge et avec les résultats expérimentaux de MM. Soret et Sarasin, pour le spectre visible et l'ultra-violet :

Spectre infra-rouge.

λ.	Indice ordinaire du quartz.	ρ calculé.	ρ observé. (Dongier.)	Différence.	$\rho\lambda^2$.
μ 2,4	inconnu		1,66		9,56
2,14	1,5191	1,77	1,77	0	8,10
2,0	1,5213	1,94	1,90	—0,04	7,600
1,82	1,52397	2,243	2,22	—0,02	7,353
1,415	1,52935	3,604	3,70	+0,10	7,408
1,19	1,53227	5,10	5,18	+0,08	7,335
1,04	1,53442	6,708	6,66	—0,04	7,203
0,95	1,5359	8,08	8,14	+0,06	7,346
0,875	1,53720	9,566	9,63	+0,07	7,373
0,817	1,5382	11,17	11,11	—0,06	7,415
0,767	1,53905	12,54	12,59	—0,05	7,406

Spectre visible et spectre ultra-violet.

λ.	Indice ordinaire du quartz.	ρ calculé.	ρ observé. (Soret et Sarasin.)	Différence.	$\rho\lambda^2$.
μ 0,7604	1,53902	12,76	12,67	—0,09	7,314
0,71836	1,54019	14,36	14,38	—0,06	7,379
0,68674	1,54099	15,78	15,75	—0,03	7,428
0,65621	1,54188	17,35	17,32	—0,03	7,454
0,48607	1,54966	32,77	32,77	0,0	7,740
0,41012	1,5563	47,49	47,48	—0,01	7,988
0,39672	1,55816	51,19	51,18	—0,01	8,057
0,38190	1,56019	55,75	55,62	—0,13	8,112
0,37288	1,56149	58,82	58,86	+0,04	8,187
0,36090	1,56348	63,37	63,25	—0,12	8,238
0,35802	1,56400	64,54	64,46	—0,08	8,262
0,34665	1,56617	69,52	69,45	—0,07	8,341
0,34401	1,56668	70,74	70,59	—0,15	8,354
0,34015	1,56744	72,60	72,45	—0,15	8,383
0,33602	1,56842	74,72	74,58	—0,14	8,421
0,32858	1,5700	78,69	78,59	—0,10	8,485
0,31798	1,57290	85,11	84,98	—0,13	8,593
0,27467	1,58750	121,38	121,08	—0,30	9,133
0,25713	1,59624	143,53	143,26	—0,27	9,471
0,23125	1,61402	190,24	190,42	+0,18	10,183
0,22645	1,61816	201,51	201,79	+0,28	10,348
0,21935	1,62502	220,33	220,73	+0,40	10,619
0,21431	1,63040	235,39	235,97	+0,58	10,838

La différence entre les nombres que j'ai observés et les nombres calculés ne dépasse pas l'incertitude qui provient de la détermination de la longueur d'onde, en fonction des indices du spath. De nouvelles mesures sur la dispersion du spath, qui présenteraient une précision comparable à mes déterminations du pouvoir rotatoire en fonction des indices du spath, permettraient, sans nouvelle expérience, de suivre de plus près les variations du pouvoir rotatoire en fonction de la longueur d'onde.

Aucune des formules déduites jusqu'à ce jour de considérations théoriques ne convient pour toute l'étendue du

spectre. Cet accord imparfait entre les théories et l'observation ne doit pas faire rejeter tout essai de théorie. Comme on l'a déjà dit, il y a lieu de tenir compte du mouvement des particules matérielles, en même temps que de celui de l'éther; il faut aussi ne pas négliger l'absorption [1].

Il était nécessaire de donner une base expérimentale solide aux efforts qui seront tentés dans cette voie.

NOTE.

Depuis le mois d'août 1897 [2], époque à laquelle ce Mémoire a été imprimé, M. Carvallo a repris l'étude de la dispersion du quartz et du spath en perfectionnant le procédé employé dans ses premières expériences [3]. Les résultats, publiés en mars 1898 [4], diffèrent notablement de ceux précédemment énoncés [5]. Comme les radiations dont j'ai fait usage sont définies par les indices du spath, il y a lieu, pour fixer leurs longueurs d'onde, de tenir compte des nouvelles recherches de M. Carvallo.

La première partie du Tableau suivant contient les nombres modifiés relatifs à mes expériences sur la dispersion rotatoire du quartz dans l'infra-rouge, ainsi que les valeurs du pouvoir rotatoire calculées à l'aide de la formule de M. Carvallo : $\rho = \frac{11,076\, n^2 - 21,027}{\lambda^2}$ [6]. La deuxième partie contient les déterminations expérimentales de

---

(1) Ces conclusions sont modifiées dans la Note suivante.

(2) *Comptes rendus*, juillet 1897.

(3) *Annales de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. IV, p. 5.

(4) *Comptes rendus*, t. CXXVI, p. 728 et 950.

(5) La différence systématique entre les nouvelles valeurs et les anciennes sont dues à ce fait que M. Carvallo avait d'abord emprunté les valeurs de la biréfringence du quartz aux travaux de Mouton, tandis que dans ses nouvelles recherches l'auteur a repris les déterminations relatives au quartz.

(6) *Voir* page 54.

M. Carvallo, rapportées au nouveau système des longueurs d'onde [1].

n_o du spath.	Valeurs de λ anciennement adoptées.	Valeurs nouvelles de λ.	n_o du quartz.	ρ calculé.	ρ observé (Dongier).	Différence O. — C.
	μ	μ		°	°	
1,64997....	0,767	0,761	1,53915	12,681	12,59	0,090
1,64836....	0,817	0,810	1,53815	11,116	11,11	0,006
1,64672....	0,875	0,868	1,53711	9,648	9,63	0,018
1,64494....	0,95	0,940	1,53595	8,178	8,14	0,038
1,64292....	1,04	1,035	1,53451	6,696	6,66	0,036
1,64031....	1,19	1,170	1,53268	5,191	5,18	0,011
1,63682....	1,415	1,369	1,53011	3,740	3,70	0,040
1,63009....	1,82	1,744	1,52478	2,241	2,22	0,021
n_e du spath.						
1,47446....	2,4	2,20	1,51757	1,35	1,66	—0,31
n_o du spath.					ρ observé (Carvallo).	
1,64245....	1,08	1,057	1,53420	6,410	6,18	0,23
1,63620....	1,45	1,405	1,529 2	3,529	3,43	0,099
1,63083....	1,77	1,704	1,52534	2,364	2,28	0,084
1,62415....	2,14	2,030	1,52087	1,619	1,60	0,019

La précision de mes mesures dans le spectre ordinaire du spath, qui est 5 unités de la cinquième décimale, assure pour la longueur d'onde exprimée en microns une précision d'environ 3 unités de la troisième décimale et pour l'indice ordinaire du quartz une précision d'environ 7 unités de la cinquième décimale. Ces limites introduisent dans le calcul de ρ, à l'aide de la formule de M. Carvallo, une indécision pouvant atteindre 9 unités de la deuxième décimale. Les écarts entre les nombres déduits de mes expériences dans le spectre ordinaire du spath et

[1] *Voir* page 55.

ceux déduits de la formule de M. Carvallo sont moindres que cette limite. *Cette concordance remarquable entre la théorie et l'observation peut être considérée comme un contrôle* a posteriori *de l'exactitude* de mes résultats expérimentaux.

Les différences entre les nombres observés et les nombres calculés de M. Carvallo sont plus considérables. Pour la longueur d'onde $2^{\mu},03$ (ancien $2^{\mu},14$), la concordance est parfaite bien que la précision de la mesure ne soit certainement pas supérieure à celle relative à la longueur d'onde 1,057 (ancien $1^{\mu},08$) pour laquelle les déterminations calorifiques ne sont pas moins faciles et pour laquelle l'écart O — C est égal à 0,23. Afin de pouvoir conclure que les expériences de M. Carvallo concordent avec les miennes et avec sa formule, il y a lieu d'admettre, comme limite de précision de ses résultats, le nombre 0,23 qui représente le plus grand écart absolu entre l'observation et la théorie.

Ma détermination dans le spectre extraordinaire du spath relative à $2^{\mu},20$ (ancien $2^{\mu},40$) ne concorde avec la formule que si l'on admet l'existence d'une erreur absolue égale à $0^{\circ},31$. Cet écart, qui me paraît considérable, doit être justifié par des faits ou par des hypothèses : 1° La valeur n_0 de l'indice du quartz est déduite avec quelque incertitude de l'extrapolation des résultats expérimentaux de M. Carvallo, qui ne dépassent pas $2^{\mu},1719$; 2° Ce repère est le premier que l'on rencontre à partir de l'extrême infra-rouge; il est le seul déterminé dans le spectre extraordinaire et il eût été prudent de vérifier sa position par la méthode de contrôle basée sur l'observation des courbes des maxima et des minima calorifiques; 3° Enfin il serait possible que la formule théorique de M. Carvallo ne suffise pas dans cette région de l'infra-rouge et qu'elle dût être complétée par l'introduction,

dans les équations différentielles, de termes représentant l'effet de molécules matérielles non rotatoires (1). Toutefois, si d'une part ce nombre mérite d'être discuté, il présente d'autre part de l'intérêt au point de vue qualitatif, puisque les observations de M. Moreau et de M. Hupe semblaient ne pas en permettre l'existence (2).

---

(1) *Bulletin de la Société de Physique* (séance du 3 décembre 1897).
(2) *Voir* l'Introduction (page 2).

DEUXIÈME THÈSE.

MINÉRALOGIE.

VARIATION DE LA BIRÉFRINGENCE DU QUARTZ AVEC LA DIRECTION DE LA COMPRESSION.

INTRODUCTION.

Haüy a fait admettre par les minéralogistes que le quartz est rhomboédrique avec hémiédrie plagièdre ([1]); sa forme cristalline possède un axe de symétrie ternaire et trois axes de symétrie binaire à 120° l'un de l'autre, dans un plan perpendiculaire à l'axe ternaire. Il n'existe pas de centre ni de plan de symétrie. Toute compression déforme la surface d'onde de la lumière. Exercée suivant l'axe, elle allonge l'ellipsoïde extraordinaire qui reste de révolution ([2]); la double réfraction est augmentée parce que la vitesse de propagation de l'onde ordinaire grandit plus que celle de l'onde extraordinaire. Avec une compression normale à l'axe, M. Beaulard ([3]) a vérifié que le quartz devient biaxe et que la biréfringence est proportionnelle à la pression exercée; l'observation de la biréfringence dans le sens de l'axe est alors compliquée par l'existence du pouvoir rotatoire. Ce résultat a été

([1]) Le polyèdre cristallin serait holoaxe hémisymétrique.

([2]) Brewster, *Edimb. Trans.*, t. VIII, p. 281, 1817; et Verdet, *Œuvres*, t. VI, p. 369.

([3]) Beaulard, *Thèse*, 1893.

énoncé depuis longtemps pour d'autres cristaux et, en dernier lieu, par M. Bücking (1) pour l'apatite, le béryl, la tourmaline et la sanidine. On est en droit de penser qu'une même compression déforme d'une manière continue la surface d'onde lorsqu'on passe de la direction de l'axe ternaire à la direction normale. *Cette déformation est-elle indépendante de la direction de la compression par rapport aux axes binaires, lorsqu'elle s'exerce dans une direction normale à l'axe ternaire?*

Je ne crois pas qu'il soit possible de répondre *a priori* à cette question.

Les phénomènes d'élasticité mécanique étudiés par Savart (2) ont permis de différencier deux directions indépendantes (3) OA et OB dans le plan des axes binaires. Savart se servait de disques circulaires, de même épaisseur égale à quelques millimètres, dont les bases étaient parallèles à l'axe ternaire et faisaient des angles différents avec les axes binaires. Ces disques, soumis à des vibrations, présentaient des lignes nodales dont les formes variaient d'une plaque à l'autre, conformément aux lois de symétrie de l'hémiédrie plagièdre du système ternaire.

La mesure des coefficients d'élasticité mécanique dans les différentes directions situées dans deux plans passant par l'axe ternaire, l'un d'entre eux contenant un axe binaire et l'autre une direction perpendiculaire, a conduit M. Voigt (4) à un fait important : l'égalité des coefficients d'élasticité mécanique suivant la direction d'un axe binaire et suivant la direction perpendiculaire normale à l'axe ternaire.

---

(1) Bücking, *Zeitschrift für Kristall.*, t. VII, p. 555, 1883; et *J. de Ph.*, 2e série, t. III, p. 106; 1884.

(2) Savart, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 2e série, t. XL, p. 113; 1829.

(3) Deux directions OA et OB sont dites *indépendantes*, lorsqu'on ne peut pas passer de l'une à l'autre en utilisant les éléments de symétrie du système.

(4) Voigt, *Annalen der Physik.*, 2e série, t. XXXI, p. 701; 1887.

Ces deux directions ne jouissent plus des mêmes propriétés vis-à-vis des phénomènes de piézo-électricité. D'après MM. Curie [1], une compression exercée dans la direction de l'axe binaire, sur un parallélépipède dont deux arêtes sont respectivement parallèles à l'axe ternaire et à un axe binaire, dégage de l'électricité positive sur la face perpendiculaire à l'axe binaire située du côté de l'arête portant les faces du ditrièdre, et de l'électricité négative sur la face opposée. Au contraire, une compression normale au plan des axes ternaire et binaire fait apparaître de l'électricité négative sur la face où, tout à l'heure, se portait l'électricité positive et de l'électricité positive sur la face opposée.

Deux phénomènes de nature différente n'affectent donc pas de la même façon les mêmes directions dans le plan des axes binaires.

La surface d'onde qui, dans le quartz, est de révolution autour de l'axe ternaire et dont l'équation est du second degré, n'établit aucune différence entre les diverses directions du plan des axes binaires. En est-il de même pour les déformations qu'elle subit sous l'influence de compressions normales à l'axe ternaire? Il paraît impossible, surtout après les remarques précédentes, de répondre à cette question sans faire appel à l'expérience.

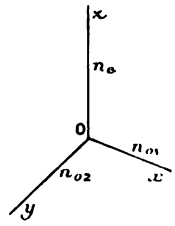
Voyons les conditions expérimentales qu'il faut réaliser pour résoudre ce problème. La direction de l'axe ternaire Oz (*fig.* 1) et les directions rectangulaires Ox et Oy dans le plan des axes binaires sont caractérisées par les indices n_e, n_{01} et n_{02} des vibrations extraordinaire et ordinaire. Si le quartz ne subit aucune déformation, n_{01} est égal à n_{02}. Si l'on exerce une compression suivant Ox,

---

[1] J. et P. Curie, *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 245; 1882.

la surface d'onde se déforme; le cristal devient biaxe et acquiert trois plans de symétrie rectangulaires dont l'un xOy est perpendiculaire à l'axe ternaire Oz et l'autre zOy à la direction de la compression.

Fig. 1.



Les indices principaux deviennent

$$n_e + \Delta n_e, \qquad n_{01} + \Delta n_{01}, \qquad n_{02} + \Delta n_{02}.$$

L'observation peut être effectuée dans deux directions différentes : soit suivant Oy, et alors on mesure la différence $\Delta n_{01} - \Delta n_e$; soit suivant Oz où l'on mesure la différence $\Delta n_{01} - \Delta n_{02}$. Dans la direction Oy, l'observation est compliquée par l'existence de la biréfringence naturelle du quartz. Dans la direction Oz, la biréfringence accidentelle se superpose au pouvoir rotatoire. D'où la nécessité d'employer, suivant le cas, deux méthodes de mesure différentes pouvant se contrôler l'une par l'autre.

L'exposé de ces méthodes fait l'objet principal du présent Mémoire. Les conclusions seront limitées au fait fondamental que je veux mettre en évidence.

CHAPITRE I.

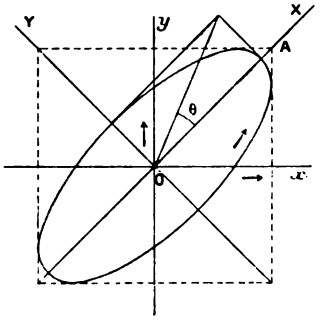
MÉTHODE DE MESURE DE LA BIRÉFRINGENCE DANS UNE DIRECTION DE PROPAGATION NORMALE A L'AXE.

I. — Principe de la méthode.

La méthode repose sur les remarques signalées dans le Mémoire classique de Fizeau et Foucault [1]. La lumière monochromatique, polarisée rectilignement à 45° des sections principales de la lame cristalline, sur laquelle elle tombe normalement, donne à l'émergence de la lumière *elliptique* dont les axes sont *toujours* les bissectrices des sections principales de la lame.

La vibration représentée par l'équation $\overline{OA} = \sin 2\pi \frac{t}{T}$,

Fig. 2.



a pour composantes, suivant la direction de l'axe Oy (*fig.* 2) et suivant la direction perpendiculaire Ox,

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

---

[1] *Ann. de Chim. et de Phys.* [3], t. XXX, p. 148, 152 et 156.

A l'émergence, quand les ondes ont traversé l'épaisseur e de la lame cristalline, les expressions de ces composantes deviennent

$$y_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_e e}{\lambda} \right),$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_0 e}{\lambda} \right),$$

si l'on tient compte des pertes de phase $\frac{n_e e}{\lambda}$ et $\frac{n_0 e}{\lambda}$ de l'onde extraordinaire et de l'onde ordinaire.

La phase de la vibration ordinaire x_1 est en avance de $\frac{n_e - n_0}{\lambda} e$ sur la vibration extraordinaire y_1. L'ellipse émergente est inscrite dans le carré dont la demi-diagonale est le vecteur $\overline{OA}$. Les composantes de la vibration suivant les deux directions OX et OY des diagonales du carré

$$Y = -\cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_e + n_0}{2\lambda} e \right) \sin \pi \frac{n_e - n_0}{\lambda} e,$$

$$X = \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_e + n_0}{2\lambda} e \right) \cos \pi \frac{n_e - n_0}{\lambda} e$$

présentent une différence de phase égale à $\frac{\pi}{2}$, ou une différence de marche égale à $\frac{\lambda}{4}$.

Une deuxième lame, quart d'onde pour la lumière utilisée, ayant son axe parallèle à l'axe de l'ellipse, c'est-à-dire à 45° de celui de la première lame, rétablit la vibration rectiligne. L'angle θ que fait la vibration émergente avec la vibration incidente est donné par la relation $\operatorname{tang}\theta = -\operatorname{tang}\pi \frac{n_e - n_0}{\lambda} e$; d'où

$$\theta = -\pi \frac{n_e - n_0}{\lambda} e. \tag{1}$$

La précision de la mesure de la biréfringence dépend de celle de l'angle θ; celui-ci peut être mesuré à moins

de $\frac{1}{10}$ de degré près à l'aide d'un analyseur à pénombre. M. Georges Friedel [1], qui a fait l'application des mêmes remarques de Fizeau et Foucault, s'est servi d'un nicol analyseur; la précision de la mesure de l'angle θ est alors d'environ 1°.

Au lieu de faire tomber sur la lame cristalline la lumière issue d'un nicol, on peut utiliser l'un des faisceaux de lumière *circulaire* qui émerge du polyprisme de Fresnel [2]. La rotation θ, dans un sens convenable, de la vibration rectiligne, à partir de l'azimut qui correspond à une biréfringence nulle, est donnée par la même relation que plus haut, $\theta = -\pi \frac{n_e - n_0}{\lambda} e$.

Ces deux dispositifs s'équivalent au point de vue théorique. Il existe seulement quelques différences dans le réglage; suivant le cas, l'un ou l'autre conduit à des résultats plus précis. Je les ai employés tous les deux afin de contrôler les uns par les autres les résultats obtenus.

Précision de la méthode. — Les plus récentes et les meilleures mesures de la biréfringence sont celles de M. Macé de Lépinay [3], avec un quartz de 6^{mm} d'épaisseur. La mesure de $(n_e - n_0)$ est obtenue à moins de $\frac{1}{4000}$ près pour la longueur d'onde $5,8 \times 10^{-5}$. Dans les mêmes conditions que cet auteur, la précision de $\frac{1}{10}$ de degré sur la mesure de $\theta = -\pi \frac{n_e - n_0}{\lambda} e$ donne $n_e - n_0$ avec une précision relative de l'ordre du $\frac{1}{100000}$. L'erreur correspondant à une incertitude de 2°, possible sans précaution spéciale dans quelques cas particuliers, correspond pour la mesure de $(n_e - n_0)$ à une erreur relative moindre que $\frac{1}{6000}$.

---

(1) G. Friedel, *Bulletin de la Société de Minéralogie*, t. XVI, p. 27 et 31; et *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXVI, p. 272; 1892.

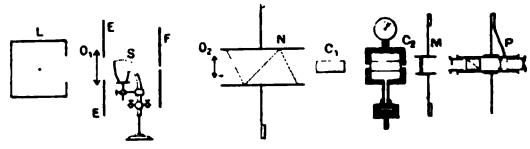
(2) Verdet, *Œuvres*, t. VI, p. 232; Mascart, *Traité d'Optique*, t. II, p. 160.

(3) Mace de Lépinay, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 159.

II. — Disposition expérimentale et description des appareils.

1° *Système éclairant.* — L'arc électrique L est utilisé pour obtenir le centrage des différentes parties de l'appareil par rapport au faisceau lumineux. La lentille éclai-

Fig. 3.



Légende. — L, lanterne de projection avec arc électrique; O_1, lentille éclairante qui forme l'image du charbon positif de l'arc sur l'ouverture F du collimateur; E, écran percé d'un trou circulaire; S, creuset et sel marin rendu incandescent avec un chalumeau oxhydrique; F, ouverture carrée de 1mm de côté du collimateur; O_2, lentille collimatrice; N, nicol dans une bonnette graduée ou polariseur circulaire; C_1, cristal de quartz épais, parallèle à l'axe, ayant sa section principale perpendiculaire à celle du quartz C_2, de même épaisseur, contenu dans le compresseur hydraulique; M, quart d'onde contenu dans une bonnette avec un limbe gradué; P, analyseur à pénombre.

rante O_1 et la lampe à chlorure de sodium S étant enlevées, on dispose les différents accessoires de manière que le faisceau étroit, qui émerge de l'ouverture du collimateur, rencontre en leurs milieux les faces de chacun d'eux.

En employant la lentille O_1, qui forme l'image du charbon positif sur l'ouverture du collimateur, on augmente la quantité de lumière, ce qui est nécessaire pour obtenir la perpendicularité des faces des lames cristallines au faisceau des rayons parallèles issus du collimateur. On fait coïncider avec l'ouverture du collimateur les images de cette ouverture produites successivement par les rayons réfléchis sur chacune des faces.

Les mesures sont effectuées avec la lumière jaune qui

remplace l'arc électrique qu'on éteint. On obtient un jaune *intense* en dirigeant, ainsi que l'a fait Chauvin [1], le dard d'un chalumeau oxhydrique vers la surface d'un bloc de chlorure de sodium, préalablement fondu dans un creuset de terre sur la paroi duquel on a pratiqué une échancrure latérale; on diminue la proportion de lumière parasite du jaune ainsi obtenue en interposant devant l'ouverture du collimateur une plaque mince ($0^{mm},5$ d'épaisseur) de bichromate de potassium.

2° *Collimateur.* — L'ouverture de 1^{mmq} est obtenue à l'aide de la fente décrite [2]. Cette fente et la lentille collimatrice de 29^{cm} de longueur focale sont disposées sur le même banc optique porté par un support susceptible d'un mouvement de translation horizontal et de deux mouvements de rotation, l'un autour d'un axe vertical et l'autre autour d'un axe horizontal perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière.

La distance de cette ouverture au plan focal de la lentille collimatrice peut être rendue moindre que $\frac{1}{10}$ de millimètre, par sa mise au point au travers de cette lentille avec une lunette à oculaire autocollimateur préalablement réglée sur l'infini [3].

3° *Nicol et polariseur circulaire.* — La petite diagonale du losange des faces de sortie du *nicol* est égale à 45^{mm}. La bonnette graduée qui le porte est fixée à un support très solide avec mouvement de rotation autour de son axe vertical et mouvements de translation dans deux directions rectangulaires, l'une verticale et l'autre horizontale perpendiculaire à la direction du faisceau lumineux.

A la place du nicol, j'ai employé, dans certains cas, le

---

(1) CHAUVIN, *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 6, 1890.
(2) P. 9.
(3) *Voir* p. 13.

polariseur circulaire de Fresnel ([1]), composé de neuf prismes accolés par leurs faces latérales. Quatre d'entre eux sont formés avec du quartz droit et ont des angles égaux à 140°. Trois autres alternent avec les prismes droits et sont gauches; ils ont le même angle au sommet. Enfin les deux prismes des extrémités sont gauches et ont des angles de 70°; ainsi, les faces d'entrée et de sortie de l'appareil sont parallèles; elles peuvent être rendues normales à la direction du faisceau lumineux. Le dédoublement angulaire en lumière parallèle est suffisant pour qu'à la distance de 2^m les images soient séparées; on arrête l'une d'entre elles à l'aide d'un écran.

4° *Quartz.* — M. Jobin a taillé, pour mon usage, deux quartz épais A et B, parallèles à l'axe et de même épaisseur, tirés de deux échantillons différents. La planéité des surfaces et leur parallélisme ont été obtenus avec une grande perfection et vérifiés au moyen des appareils de M. Laurent ([2]). Ces quartz ont l'un et l'autre $5^{cm},03$ d'épaisseur. La section de chacun d'eux, normale à la direction de l'épaisseur, est un carré de $17^{mm},8$ de côté. L'un des côtés est parallèle à l'axe ternaire du cristal; le plus petit angle que fait l'autre côté, contenu dans le plan des axes binaires, avec l'un de ces axes est égal à 12° pour le quartz A et à 29°5 pour le quartz B. J'ai adopté, pour les directions des axes binaires, les intersections avec les faces p et $e^{\frac{1}{2}}$ d'une section perpendiculaire à l'axe ternaire. L'orientation d'une telle surface plane est obtenue avec beaucoup d'exactitude par l'observation des spirales d'Airy. Je rappelle que la méthode de contrôle, dont j'ai fait usage dans des recherches antérieures ([3]), m'a démontré que les quartz ainsi taillés par M. Jobin présen-

---

([1]) VERDET, *Œuvres*, t. VI, p. 232.
([2]) LAURENT, *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 411.
([3]) *Voir* p. 139 et p. 11.

tent de sérieuses garanties au point de vue de l'orientation des faces.

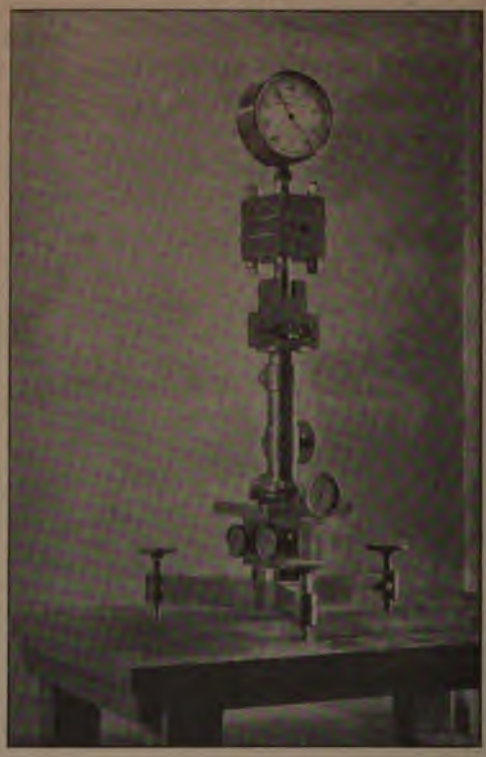
L'un des quartz est contenu dans une bonnette pouvant tourner autour de son axe. Le support, qui peut subir un mouvement de translation horizontal dans une direction normale à la propagation de la lumière, est mobile autour d'un axe parallèle à cette direction et autour d'un axe vertical. L'autre quartz est contenu à l'intérieur du compresseur hydraulique dont le support très solide, muni des accessoires qui permettent les mêmes mouvements que dans les cas précédents, repose, par trois vis calantes, sur trois crapaudines fixées à la table.

5° *Compresseur hydraulique.* — L'appareil doit permettre d'exercer sur les faces opposées d'un même cristal des pressions uniformes, faciles à mesurer et pouvant s'élever jusqu'à environ 200^{kg} par centimètre carré. Cette dernière opération ne doit pas dérégler l'orientation du cristal supporté par le compresseur, parce que ces déplacements provoquent des perturbations dans les mesures, provenant de la biréfringence introduite par l'inclinaison du faisceau lumineux sur l'axe du cristal. Cette biréfringence n'a pas en général sa direction principale parallèle à la direction de la compression; la netteté des observations s'en ressent, et il n'est pas possible de calculer les perturbations dont elle est la cause (*fig.* 4 et 5).

Les conditions que je viens d'énoncer sont satisfaites dans le compresseur hydraulique construit à mon intention par M. Jobin, dont je tiens à louer l'habileté expérimentale. Le corps transparent Q est logé, avec un jeu de $\frac{2}{10}$ de millimètre au plus, dans un cadre rectangulaire en bronze épais A dont les dimensions sont les suivantes : longueur $80^{mm},4$, largeur $61^{mm},6$, hauteur $17^{mm},8$). Ce cadre présente deux fenêtres circulaires *e* permettant le passage du faisceau lumineux à travers le cristal dans le sens de la grande dimension. Contre chacune des

bases du cadre sont disposées deux feuilles de cuivre doux R de $\frac{1}{5}$ de millimètre d'épaisseur, qui isolent le corps transparent dans sa gaine et s'appliquent exactement sur deux faces opposées du cristal ; c'est par leur intermédiaire que s'exerce

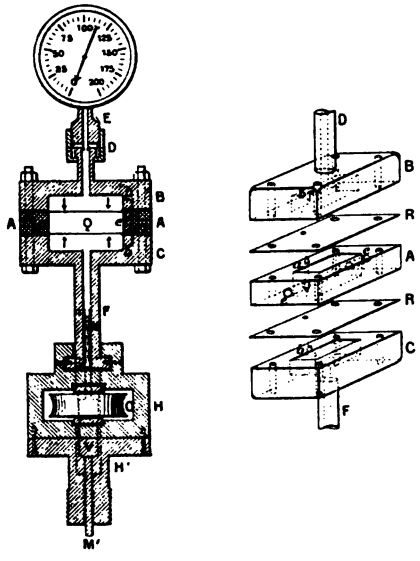
Fig. 4.



la pression de l'eau. Comme la déformation du quartz est très faible, la *pression se transmet intégralement et uniformément à travers le métal souple.* A ce cadre sont boulonnés, avec joints étanches formés par des lamelles de caoutchouc, deux blocs de bronze creux de faibles capacités, dont les bases ont les dimensions de celles du cadre. L'un B porte un manomètre métallique avec rac-

cord D; l'autre C porte un cylindre F ayant 8^{mm} de section intérieure, d'un alésage précis et soigné, dans lequel se meut le piston M en acier. Les variations de pression qui résultent du déplacement du piston sont transmises, de part et d'autre du cristal, jusqu'au manomètre par le conduit *b*, *a*, *b*, creusé dans la paroi des pièces A, B, C. Un écrou à main O qui agit sur le prolongement fileté V

Fig. 5.



du piston, au delà duquel se trouve une queue de section rectangulaire, se déplaçant dans un tube de même forme, permet de le faire monter ou descendre. Au sommet M du piston l'étanchéité est obtenue au moyen d'un cuir embouti *n* en forme de cuvette.

6° *Manomètre.* — C'est un manomètre métallique ordinaire dont l'étalonnage a été obtenu et vérifié, après coup, à l'aide d'un manomètre à air libre du type Desgoffes et du modèle de M. Amagat (¹).

(¹) AMAGAT, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XXIX, p. 70.

M. Amagat a bien voulu me faciliter l'accès du parc d'aérostation de Chalais, où le colonel Renard m'a accordé les moyens en vue de cette détermination. Je les prie d'agréer mes remercîments. L'usage d'un manomètre métallique m'était imposé par l'obligation de mesurer des pressions comprises entre 0^{kg} et 200^{kg}, dans un appareil d'optique où le moindre déréglage devait provoquer des perturbations plus grandes que les différences que je me proposais de mettre en évidence; avec un tel appareil, il ne faut pas espérer la mesure de la pression avec une approximation plus grande que $\frac{2}{3}$ d'atmosphère, un peu à cause des erreurs de parallaxe provenant de la lecture, et surtout parce que la position de l'aiguille dépend non seulement de la pression actuelle, mais aussi des valeurs antérieures de la pression. Ainsi, une même indication de l'aiguille peut correspondre à des pressions différant entre elles de 2 atmosphères, suivant qu'on l'amène à cette position en augmentant ou en diminuant la pression. Pour obtenir des mesures comparables, avec le degré d'approximation indiqué plus haut, il faut arriver à l'indication manométrique par pressions toujours croissantes. Il suffit, pour cela, lorsqu'on fait les mesures en diminuant la pression, d'abaisser celle-ci d'une dizaine de kilogrammes au-dessous de celle à laquelle on veut se fixer afin d'y parvenir en remontant.

7° *Quart d'onde.* — M. Macé de Lépinay a bien voulu me confier un quart d'onde étudié dans son laboratoire ([1]); je lui adresse mes sincères remercîments. Cette lame cristalline est rendue perpendiculaire à l'axe de rotation de la bonnette graduée qui la porte. Si ce réglage est effectué, la coïncidence de l'image réfléchie avec l'ouverture du collimateur se conserve lorsqu'on fait tourner la bonnette autour de son axe. Les différents mouvements

---

([1]) BEAULARD, Thèse, p. 48.

du support sont les mêmes que ceux du support du premier quartz (*voir* n° 4, p. 72).

8° *Analyseur à pénombre.* — Le principe et la théorie de cet appareil sont indiqués dans le *Traité d'Optique* de M. Mascart [1]. M. Laurent [2] en a fait l'application dans le polarimètre à pénombre. Chauvin [3] l'a utilisé pour l'analyse des vibrations elliptiques de faible excentricité. La section principale d'une lame demi-onde, qui couvre la moitié de l'ouverture d'un diaphragme, fait avec la section principale d'un nicol, auquel elle est liée, un angle d'environ 87°; on vise ce diaphragme avec une lunette de Galilée.

En lumière jaune, on constate l'égalité d'éclairement des deux moitiés du champ, lorsque la section principale de la lame demi-onde est parallèle au grand axe de la vibration elliptique incidente. La précision du pointé varie avec l'excentricité de l'ellipse observée; elle est insuffisante, lorsque le rapport des axes de l'ellipse est supérieur à $\frac{1}{10}$; elle atteint son maximum, qui est de deux minutes environ, lorsque la lumière incidente est rectiligne.

On obtient une sensibilité plus grande en couvrant chacune des moitiés du champ avec des lames demi-ondes, dont les axes font entre eux un angle d'environ 2°,5; la section principale du nicol est bissectrice de l'angle de ces axes. La lumière parasite du jaune, donnée par l'incandescence du chlorure de sodium, affecte également les deux lames; il se produit, au moment de l'égalité des deux plages, une teinte bleuâtre dont le déplacement et la variation concourent simultanément à rendre le pointé plus précis. Dans mon exposé, j'appellerai *direction* de l'analyseur à pénombre, la parallèle à la vi-

---

(1) MASCART, *Traité d'Optique*, t. II, p. 63.
(2) LAURENT, *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 183; 1874.
(3) CHAUVIN, *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 7; 1890.

bration rectiligne qui produit l'égalité d'éclairement des deux plages. Cette direction est l'axe de la lame demi-onde dans le premier dispositif et la bissectrice des axes des lames demi-ondes dans le second dispositif.

III. — Mise en place des appareils et réglage.

Premier cas. — Emploi du polariseur rectiligne. — On rend avant tout parallèles entre elles les sections principales du nicol, de l'un des quartz et de la lame quart d'onde et perpendiculaire à cette direction la section principale de l'autre quartz. On fait ensuite tourner le nicol et la lame quart d'onde de 45° dans leurs montures graduées. Le nicol étant traversé par de la lumière parallèle, le faisceau émergent est déplacé parallèlement à lui-même.

Nous avons indiqué (p. 70) comment, après chacun des réglages en lumière jaune, on vérifie la perpendicularité des faces au faisceau lumineux. Chacune de ces opérations est susceptible de dérégler les précédentes; mais, en les reproduisant toutes plusieurs fois dans le même ordre, on opère par approximations successives, en rendant les déréglages de plus en plus petits jusqu'à devenir négligeables.

Le compresseur n'est pas susceptible d'un mouvement de rotation autour de la direction du faisceau lumineux qui traverse le cristal. C'est donc à l'axe du cristal contenu dans le compresseur qu'il faut rapporter les sections principales de tous les autres accessoires.

1° *Orientation du polariseur et de l'analyseur.* — La section principale du polariseur est amenée dans le voisinage de celle du quartz épais contenu dans le compresseur. A l'aide de la crémaillère du support, on retire le compresseur de manière à ne pas intercepter la lumière. On fait tourner l'analyseur jusqu'à ce que les deux plages aient même éclairement en lumière jaune; la section prin-

cipale du polariseur et la direction de l'analyseur sont alors parallèles à deux minutes près.

Laissant le polariseur et l'analyseur fixes, on introduit le cristal du compresseur. On vérifie la perpendicularité de ses faces au faisceau lumineux; puis on observe en lumière jaune. L'égalité d'éclairement des deux plages n'existe plus en général; c'est qu'en effet, sauf le cas où la différence de marche serait un nombre entier de demi-longueurs d'onde, la lumière émergente est une ellipse inscrite dans un rectangle dont les côtés sont parallèles aux sections principales du cristal et dont la diagonale est parallèle à la vibration incidente. L'axe de l'ellipse fait avec les côtés du rectangle un angle moindre que la diagonale. Par conséquent, si, avec l'analyseur, on rétablit l'égalité d'éclairement, on rapproche sa section principale de celle du quartz. Après avoir supprimé une fois encore le quartz, on amène, sans toucher à l'analyseur, la section principale du polariseur à être parallèle à celle de l'analyseur. On recommence la même opération plusieurs fois, jusqu'à ce que l'introduction ou la suppression du quartz n'établissent aucune différence dans les éclairements des deux moitiés du diaphragme.

On se rend compte de la sensibilité du réglage en agissant sur une des vis calantes qui supportent le compresseur; la petite inclinaison qui en résulte suffit pour déplacer les teintes sombres de l'analyseur.

2° *Orientation du premier quartz et du quart d'onde.* — Laissant immobiles le polariseur et l'analyseur, on retire le compresseur à l'aide de la vis à crémaillère du support. On introduit le premier quartz non contenu dans le compresseur. On l'oriente normalement au faisceau lumineux, puis on fait tourner sa monture de manière à rendre les deux plages de l'analyseur également sombres. On amène de nouveau dans le champ lumineux le quartz du compresseur, qui n'établit aucune différence dans les

éclairements des deux plages de l'analyseur; puis l'on opère avec la lame quart d'onde comme avec le premier quartz.

La précision de ces réglages change avec la différence de marche des vibrations principales introduite par la lame cristalline; elle est maximum et égale à deux minutes lorsque l'expression de la différence de phase est de la forme $\frac{2p+1}{2}$; elle est insuffisante lorsque cette différence de phase est un nombre entier.

Avec les quartz dont j'ai fait usage cette méthode de réglage comporte une sensibilité atteignant trois minutes.

Deuxième cas. — Emploi du polariseur circulaire. — Les sections principales des deux quartz sont rendues perpendiculaires de la même manière que dans le cas précédent. On utilise l'un des faisceaux qui émerge du polariseur circulaire de Fresnel; on exerce sur le quartz comprimé une action telle que la lumière sorte rectiligne ou elliptique très aplatie. L'analyseur à pénombre permet de déterminer l'axe de l'ellipse qui garde toujours une direction constante. Une fois l'analyseur réglé, on introduit le quart d'onde. On fait tourner la bonnette qui le porte jusqu'à ce que les deux plages de l'analyseur présentent le même éclairement; la section principale du quart d'onde est alors parallèle à toute vibration émergeant du corps comprimé. Le réglage est ainsi effectué avec une précision d'environ quatre minutes. Ce moyen de fixer l'orientation du quart d'onde pourrait être utilisé avec le polariseur rectiligne qu'il faudrait préalablement disposer à 45° des sections principales des quartz.

L'emploi de la lumière circulaire présente l'avantage d'éviter la rotation du polariseur : il présente l'inconvénient d'exiger une distance d'environ 2^m pour la séparation des faisceaux de lumière.

IV. — Discussion de la méthode.

I. Influence de l'existence de deux radiations dans la lumière jaune. — La lumière du sel marin éclaire l'appareil avec les radiations D_1 et D_2; leurs longueurs d'onde dans l'air à la température de 20° sont, d'après Rowland [1],

$$D_1 = 0,5896156,$$
$$D_2 = 0,5890188.$$

La biréfringence du quartz, pour chacune de ces lumières, résulte du Tableau des valeurs obtenues par M. Macé de Lépinay [2] : pour D_1, $\frac{n_e - n_0}{\lambda} = \frac{308,61}{2}$, pour D_2, $\frac{n_e - n_0}{\lambda} = \frac{308,95}{2}$.

Or la rotation $\theta = \pi \frac{n_e - n_0}{\lambda} e$, produite par le système interférentiel dont je fais usage, conduit pour chacune des radiations à des rotations θ_1 et θ_2 telles que la différence

$$(2) \qquad \theta_2 - \theta_1 = \pi \frac{308,95 - 308,61}{2} e = \pi . 0,17 e$$

représente l'angle que font, en tombant sur l'analyseur à pénombre, les vecteurs des radiations D_1 et D_2 [3]. Lorsqu'il y a égalité d'éclairement, l'analyseur à pénombre est dirigé dans l'intérieur de cet angle. On peut calculer les angles α et β que forme cette direction avec les vecteurs D_1 et D_2 en tenant compte du fait énoncé par M. Michelson [4] que la lumière D_2 a une intensité double de celle de la lumière D_1.

---

(1) Rowland, *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXII, p. 479; 1889.

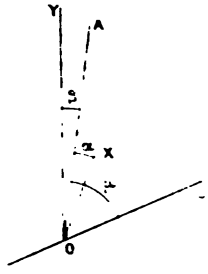
(2) Macé de Lépinay, *Journ. de Phys.*, 2e série, t. V, p. 405 et 411; 1886.

(3) Le mot *vecteur* signifie ici à la fois *vibration rectiligne, direction et amplitude de la vibration rectiligne.*

(4) Michelson, *Traité d'Optique* de M. Mascart, t. III, p. 642.

Considérons le cas où l'on emploie (*fig.* 6) l'analyseur à une seule lame demi-onde. OA est la direction de l'axe de

Fig. 6.



cette lame ; la direction principale OB du nicol fait l'angle μ avec OA. Les vecteurs $\overline{OX}$ et $\overline{OY}$ des radiations D_1 et D_2 font de part et d'autre de OA les angles α et β. A travers la partie vide du diaphragme, l'intensité est représentée par

$$\overline{OX}^2 \cos^2(\mu - \alpha) - \overline{OY}^2 \cos^2(\mu - \beta).$$

Les vibrations $\overline{OX}$ et $\overline{OY}$ donnent naissance au travers de la lame demi-onde à deux vibrations faisant avec OB les angles $(\mu + \alpha)$ et $(\mu - \beta)$. L'intensité est alors représentée par

$$\overline{OX}^2 \cos^2(\mu + \alpha) - \overline{OY}^2 \cos^2(\mu - \beta).$$

Or $\overline{OY}^2 = 2\overline{OX}^2$.

L'égalité d'éclairement des deux plages conduit à l'équation

$$\cos^2(\mu - \alpha) + 2\cos^2(\mu - \beta) = \cos^2(\mu - \alpha) - 2\cos^2(\mu - \beta)$$

ou

$$\sin 2\alpha = 2 \sin 2\beta. \tag{5}$$

Cette relation, associée à l'égalité $\delta_2 - \delta_1 = \alpha + \beta$,

fixe la direction de l'analyseur à pénombre par rapport aux directions des vecteurs D_1 et D_2.

J'ai retrouvé, dans mes expériences, la confirmation du fait indiqué par Chauvin que la précision du pointé de l'analyseur à pénombre est insuffisante lorsque le rapport des axes de l'ellipse observée atteint $\frac{1}{10}$, c'est-à-dire lorsque le rapport des intensités dues aux vibrations dirigées suivant l'axe de la lame demi-onde et suivant la direction perpendiculaire est égal à 100.

L'égalité

$$\frac{\cos^2\alpha + 2\cos^2\beta}{\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta} = 100,$$

jointe à la condition (3), permet de calculer l'angle $\theta_2 - \theta_1 = \alpha + \beta$ que j'ai considéré plus haut comme la limite à partir de laquelle la méthode d'observation ne comporte plus aucune précision. Cet angle est au plus égal à 11°. Par conséquent, l'épaisseur du quartz, à partir de laquelle la méthode d'observation dont je me suis servi n'est plus applicable, s'obtient par la relation suivante, déduite de l'égalité (2) :

$$\frac{11}{180} \times \pi = \pi \times 0,17 \times e, \qquad \text{c'est-à-dire} \qquad e = 0^{cm},36.$$

La sensibilité de la méthode diminue ainsi progressivement à partir d'une épaisseur presque nulle jusqu'à une épaisseur égale à $3^{mm},6$ où elle est insuffisante. Les cristaux qu'on devrait utiliser pour l'étude de la variation de la biréfringence auraient une trop faible épaisseur pour pouvoir être comprimés facilement. Il est vrai que la méthode conserverait toute sa sensibilité si l'épaisseur était telle que le vecteur D_1 eût une avance de 180° sur le vecteur D_2, ce qui se produit, d'après l'égalité (2), lorsque

$$\pi = \pi \times 0,17 \times e, \qquad \text{d'où} \qquad e = 5^{cm},88 \quad (^1).$$

(1) Les vibrations rectilignes fournies par les radiations D_1 et D_2 se

Au lieu de me placer dans de telles conditions, j'ai préféré me servir de deux quartz parallèles, de même épaisseur, ayant leurs sections principales perpendiculaires et placés à la suite l'un de l'autre. Les différences de phase introduites par chacun d'eux sur les vibrations principales sont égales et de signes contraires; les deux corps se comportent dans leur ensemble comme un corps isotrope et la vibration émergente a la même forme que la vibration incidente.

La différence de marche, introduite par la compression, est relativement faible; elle atteint une longueur d'onde pour des pressions de l'ordre de 40 atmosphères. Une épaisseur de quartz de $\frac{1}{15}$ de millimètre environ produit le même effet; l'angle $\theta_2 - \theta_1$ des vecteurs D_1 et D_2 est dans ce cas égal à $180 \frac{0,17}{150} = 12$ minutes.

Si l'on admet que la variation de la biréfringence avec la longueur d'onde, pour une compression donnée, suit la même loi que dans le cas du quartz, cet écart peut atteindre 60 minutes pour les pressions les plus élevées (200 atmosphères) que j'ai obtenues. Il n'y aura pas lieu d'en tenir compte dans la discussion des résultats, parce que les causes d'erreur provenant des indications manométriques sont beaucoup plus considérables.

---

prolongent exactement lorsque les épaisseurs satisfont à la relation $e = p \times 5^{cm},88$; le pointé de l'analyseur à pénombre est alors effectué dans les meilleures conditions. Il n'en est pas de même pour les épaisseurs intermédiaires pour lesquelles l'analyseur à pénombre ne convient pas, lorsque ces vibrations font entre elles un angle supérieur à 10°.

Il est intéressant de rapprocher ce résultat du phénomène que l'on observe avec les anneaux de Newton, lorsqu'on éloigne progressivement l'une de l'autre les surfaces éclairées avec la lumière jaune. Ces anneaux apparaissent avec netteté pour certaines distances des surfaces et disparaissent pour des distances intermédiaires. Ce phénomène résulte de la superposition des anneaux produits séparément par chacune des radiations D_1 et D_2.

II. Causes d'erreur dues a la méthode. — 1° *Influence de l'orientation des axes optiques des cristaux par rapport à la vibration incidente et à la lame quart d'onde.*

Nous admettons que les sections principales OX et OY des deux quartz sont rigoureusement perpendiculaires, que la vibration incidente fait avec OX l'angle $\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_1\right)$; que la direction principale OX_1 du quart d'onde, suivant laquelle il y a un retard $\frac{\lambda}{4}$, fait avec OX l'angle $\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_2\right)$. La vibration incidente, dont l'amplitude est égale à l'unité, donne à l'émergence du système des deux quartz les deux vibrations

$$X = \cos\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_1\right)\sin 2\pi\frac{t}{T},$$
$$Y = \sin\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_1\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi\right),$$

où φ représente la différence de phase existant entre ces deux vibrations.

A l'émergence de la lame quart d'onde, les composantes suivant les directions principales de cette lame sont

$$X_1 = -\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_1\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_2\right)\cos 2\pi\frac{t}{T} - \sin\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_1\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_2\right)\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi\right),$$
$$Y_1 = -\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_1\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_2\right)\sin 2\pi\frac{t}{T} + \sin\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_1\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon_2\right)\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi\right).$$

Dans le cas d'une biréfringence nulle, ces équations, où $\varphi = 0$ représentent une vibration elliptique dont les axes sont dirigés suivant les axes de la lame quart d'onde: le rapport des axes est égal à la valeur absolue de tang$(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$. L'analyseur à pénombre prend une direction parallèle à l'axe OX_1 du quart d'onde.

Lorsque la biréfringence est différente de zéro, le grand

axe de l'ellipse représentée par les équations précédentes fait avec la direction OX_1 un certain angle θ_1 qui représente la rotation de l'analyseur à pénombre.

L'élimination de t entre ces deux équations conduit à une relation de la forme

$$AX_1^2 + BX_1Y_1 + CY_1^2 - D = 0.$$

L'angle θ_1 en résulte; il est donné par l'égalité

$$\operatorname{tang} 2\theta_1 = \frac{B}{A - C} = \frac{\cos 2\varepsilon_1 \sin 2\pi\varphi}{\sin 2\varepsilon_1 \sin 2\varepsilon_2 + \cos 2\varepsilon_1 \cos 2\varepsilon_1 \cos 2\pi\varphi}$$

qui attribue à θ_1 la valeur déjà calculée (p. 68), $\theta_1 = \theta = \pi\varphi$ lorsque $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$.

Dans le cas où ε_1 et ε_2 sont différents de 0, la valeur $\eta_1 = (\theta_1 - \pi\varphi)$ représente l'erreur absolue qui résulte du défaut de réglage. On a

$$\operatorname{tang} 2\eta_1 = \frac{\operatorname{tang} 2\theta_1 - \operatorname{tang} 2\pi\varphi}{1 + \operatorname{tang} 2\theta_1 \operatorname{tang} 2\pi\varphi}$$
$$= \frac{\cos 2\varepsilon_1 \sin 2\pi\varphi - \sin 2\varepsilon_1 \sin 2\varepsilon_2 \operatorname{tang} 2\pi\varphi - \cos 2\varepsilon_1 \cos 2\varepsilon_2 \sin 2\pi\varphi}{\sin 2\varepsilon_1 \sin 2\varepsilon_2 + \cos 2\varepsilon_1 \cos 2\varepsilon_2 \cos 2\pi\varphi + \cos 2\varepsilon_1 \sin 2\pi\varphi \operatorname{tang} 2\pi\varphi}.$$

Si l'on remarque que les angles ε_1 et ε_2 sont assez petits pour qu'on puisse négliger les puissances supérieures au deuxième degré, on obtient la formule approchée

$$\operatorname{tang} 2\eta_1 = \frac{-4\varepsilon_1\varepsilon_2 \sin 2\pi\varphi - 2\varepsilon_2^2 \sin 2\pi\varphi \cos 2\pi\varphi}{4\varepsilon_1\varepsilon_2 \cos 2\pi\varphi + 1 - 2\varepsilon_1^2 - 2\varepsilon_2^2 \cos^2 2\pi\varphi}.$$

L'angle η_1 est du deuxième ordre par rapport à ε_1 et à ε_2. Il est nul si $\sin 2\pi\varphi = 0$, quelles que soient les valeurs de ε_1 et ε_2, ce qui a lieu lorsque $2\pi\varphi = k\pi$ ou $\varphi = \frac{k}{2}$.

Cet angle est au moins du troisième ordre par rapport à ε_1, si $\varepsilon_2 = 0$; il est seulement du deuxième ordre par rapport à ε_2, si $\varepsilon_1 = 0$. Faisons ε_1 et ε_2 égaux l'un et l'autre à 1° ou à $\frac{\pi}{180}$, ce qui est de beaucoup supérieur à la limite des erreurs

de réglage), et, afin d'obtenir une limite supérieure des valeurs de η, considérons le cas où $\sin 2\pi\varphi = 1$ et $\cos 2\pi\varphi = 0$. La valeur de η est alors égale à $2'5''$; elle est inférieure au nombre qui caractérise la précision du pointé de l'analyseur à pénombre. Dans la discussion des résultats, il n'y aura donc pas lieu de tenir compte de cette cause d'erreur.

2° *Les sections principales du polariseur et du quart d'onde étant exactement à 45° de la section principale du premier quartz, on recherche l'influence d'un défaut de réglage du quartz comprimé dont la section principale fait avec celle du premier quartz l'angle* $\frac{\pi}{2} + \varepsilon$, *au lieu de* $\frac{\pi}{2}$.

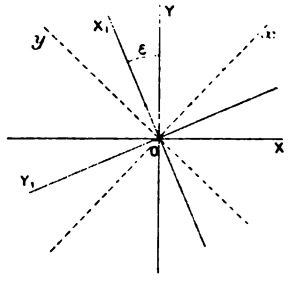
La vibration qui émerge du premier quartz a pour composantes, suivant les sections principales de ce cristal,

$$X = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$Y = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varphi_1\right);$$

φ_1 est la différence de phase introduite par ce quartz.

Fig. 7.



A l'émergence du quartz comprimé, les composantes

suivant les directions principales OX_1 et OY_1 du deuxième cristal sont (*fig.* 7) :

$$X_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varepsilon\sin 2\pi\frac{t}{T} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varepsilon\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi_1\right),$$

$$Y_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\varepsilon\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi_2\right) - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\varepsilon\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi_1-\varphi_2\right).$$

La vibration qui émerge du quart d'onde a pour composantes, suivant les directions principales Ox et Oy de cette lame,

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}\left\{\begin{array}{l}\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon\right)\left[\sin\varepsilon\cos 2\pi\frac{t}{T} - \cos\varepsilon\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi_1\right)\right]\\ -\sin\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon\right)\left[\cos\varepsilon\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi_2\right) + \sin\varepsilon\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi_1-\varphi_2\right)\right]\end{array}\right\},$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2}\left\{\begin{array}{l}\sin\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon\right)\left[-\sin\varepsilon\sin 2\pi\frac{t}{T} + \cos\varepsilon\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi_1\right)\right]\\ -\cos\left(\frac{\pi}{4}+\varepsilon\right)\left[\cos\varepsilon\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi_2\right) + \sin\varepsilon\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\varphi_1-\varphi_2\right)\right]\end{array}\right\}.$$

La grandeur ε est petite; si on développe en négligeant les puissances de ε supérieures au second degré, et en ordonnant par rapport à $\cos 2\pi\frac{t}{T}$ et à $\sin 2\pi\frac{t}{T}$, on obtient les formules

$$x = \frac{1}{2}\cos 2\pi\frac{t}{T}\left\{\begin{array}{l}-\cos 2\pi\varphi_1 - \cos 2\pi\varphi_2\\ +\varepsilon[1+\cos 2\pi\varphi_1 - \cos 2\pi\varphi_2 - \cos 2\pi(\varphi_1+\varphi_2)]\\ +\varepsilon^2\left[-1+\frac{1}{2}\cos 2\pi\varphi_1 + \frac{1}{2}\cos 2\pi\varphi_2 - \cos 2\pi(\varphi_1+\varphi_2)\right]\end{array}\right\}$$

$$+\frac{1}{2}\sin 2\pi\frac{t}{T}\left\{\begin{array}{l}-\sin 2\pi\varphi_1 - \sin 2\pi\varphi_2\\ +\varepsilon[\sin 2\pi\varphi_1 - \sin 2\pi\varphi_2 - \sin 2\pi(\varphi_1+\varphi_2)]\\ +\varepsilon^2\left[\frac{1}{2}\sin 2\pi\varphi_1 + \frac{1}{2}\sin 2\pi\varphi_2 - \sin 2\pi(\varphi_1+\varphi_2)\right]\end{array}\right\},$$

$$= \frac{1}{2}\cos 2\pi\frac{t}{T}\left\{\begin{array}{l} -\sin 2\pi\varphi_1 + \sin 2\pi\varphi_2 \\ +\varepsilon[-\sin 2\pi\varphi_1 - \sin 2\pi\varphi_2 + \sin 2\pi(\varphi_1+\varphi_2)] \\ +\varepsilon^2\left[\frac{1}{2}\sin 2\pi\varphi_1 - \frac{1}{2}\sin 2\pi\varphi_2 - \sin 2\pi(\varphi_1+\varphi_2)\right] \end{array}\right\}$$

$$+ \frac{1}{2}\sin 2\pi\frac{t}{T}\left\{\begin{array}{l} \cos 2\pi\varphi_1 - \cos 2\pi\varphi_2 \\ +\varepsilon[-1 + \cos 2\pi\varphi_1 + \cos 2\pi\varphi_2 - \cos 2\pi(\varphi_1+\varphi_2)] \\ +\varepsilon^2\left[-1 - \frac{1}{2}\cos 2\pi\varphi_1 + \frac{1}{2}\cos 2\pi\varphi_2 + \cos 2\pi(\varphi_1+\varphi_2)\right] \end{array}\right\}.$$

Or, on sait que lorsqu'une ellipse est représentée par les équations

$$x = A_1\cos 2\pi\frac{t}{T} + B_1\sin 2\pi\frac{t}{T},$$

$$y = A_2\cos 2\pi\frac{t}{T} + B_2\sin 2\pi\frac{t}{T},$$

l'angle θ_1 que fait avec Ox la direction de l'un des axes est donné par la relation

$$(4) \qquad \operatorname{tang} 2\theta_1 = \frac{2(A_1A_2 + B_1B_2)}{(A_1^2 + B_1^2) - (A_2^2 + B_2^2)},$$

qui, dans ce cas particulier, prend, avec le même degré d'approximation que plus haut par rapport à ε, la valeur

$$g\,2\theta_1 = \frac{\sin 2\pi(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon^2\sin 2\pi(\varphi_1+\varphi_2)}{\cos 2\pi(\varphi_1-\varphi_2) + [4\cos 2\pi\varphi_1 - \cos 2\pi(\varphi_1+\varphi_2) - 2\cos 2\pi(\varphi_1-\varphi_2)]\varepsilon^2},$$

car les coefficients de ε au numérateur et au dénominateur sont nuls.

Cette expression, qui prend la forme

$$g\,2\theta_1 = \operatorname{tang} 2\pi(\varphi_1-\varphi_2)\left\{1 + 2\left[\frac{\sin 2\pi\varphi_2 + 4\cos 2\pi\varphi_1\sin 2\pi(\varphi_1-\varphi_2)}{\sin 4\pi(\varphi_1-\varphi_2)} - 1\right]\varepsilon^2\right\},$$

attribue à l'angle θ_1 la valeur $\theta_1 = \theta = \pi(\varphi_1 - \varphi_2)$ lorsque ε est nul. Dans le cas où ε est différent de o, la valeur $\eta_1 = [\theta_1 - \pi(\varphi_1 - \varphi_2)]$ représente l'erreur absolue pro-

venant du défaut de réglage. On peut l'écrire

$$\tan g\, 2\eta = \frac{\tan g\, 2\theta_1 - \tan g\, 2\pi(\varphi_1 - \varphi_2)}{1 + \tan g\, 2\theta_1 \tan g\, 2\pi(\varphi_1 - \varphi_2)}$$
$$= [\sin 2\pi\varphi_2 + 4\cos 2\pi\varphi_1 \sin 2\pi(\varphi_1 - \varphi_2) - \sin 4\pi(\varphi_1 - \varphi_2)]\,\varepsilon^2.$$

Comme cette expression est inférieure à $6\varepsilon^2$, il est facile de calculer la limite supérieure de l'erreur; la valeur de η qui correspond à $\varepsilon = 1^\circ$, ou mieux $\varepsilon = \frac{\pi}{180}$, est égale à $3'8''$. Or la précision du réglage donne pour ε des valeurs de l'ordre de $\frac{1}{10}$ de degré, auxquelles correspondent des valeurs de η de $\frac{1}{3}$ de minute. Comme la plus grande précision du pointé de l'analyseur à pénombre est de $2'$, il n'y a pas lieu de se préoccuper de cette cause d'erreur.

3° *Influence des réflexions à l'intérieur des lames cristallines.* — Les réglages étant supposés parfaits, nous représenterons la vibration incidente par les deux composantes suivant les directions principales $x = \sin 2\pi \frac{t}{T}$, $y = \sin 2\pi \frac{t}{T}$ (1).

Les lames cristallines étant parallèles à l'axe, les deux vibrations se propagent suivant la même direction, indépendamment l'une de l'autre; le vecteur ordinaire, qui émerge du cristal suivant Ox est la résultante de la vibration qui sort sans réflexion intérieure (2)

$$\left(1 - \frac{n_0 - 1}{n_0 + 1}\right)^2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n_0 e}{\lambda}\right) = \left(\frac{2}{n_0 + 1}\right)^2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n_0 e}{\lambda}\right)$$

---

(1) Le facteur $\frac{\sqrt{2}}{2}$, qui serait introduit en admettant l'amplitude de la vibration incidente égale à l'unité, est supprimé pour simplifier l'écriture.

(2) Le terme $\left(1 - \frac{n-1}{n+1}\right)$ est mis au carré, parce qu'il y a deux réfractions, l'une à l'entrée et l'autre à la sortie de la lame cristalline.

de la vibration qui émerge après s'être deux fois réfléchie [1]

$$\left(\frac{2}{n_0+1}\right)^2\left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{3n_0e}{\lambda}\right)$$

de la vibration qui s'est réfléchie quatre fois

$$\left(\frac{2}{n_0+1}\right)^2\left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{5n_0e}{\lambda}\right),$$

et ainsi de suite pour les vibrations qui se sont réfléchies $2p$ fois.

On obtient ainsi l'expression de X

$$= \left(\frac{2}{n_0+1}\right)^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{n_0e}{\lambda}\right) + \left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{3n_0e}{\lambda}\right) + \ldots \\ \qquad + \left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^{2p} \sin 2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{(2p+1)n_0e}{\lambda}\right] + \ldots \end{array} \right\},$$

qu'on peut ordonner par rapport à $\sin 2\pi\frac{t}{T}$ et à $\cos 2\pi\frac{t}{T}$

$$X = \left(\frac{2}{n_0+1}\right)^2 \left\{ \begin{array}{l} \sin 2\pi\frac{t}{T}\left[\cos 2\pi\frac{n_0e}{\lambda} + \left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^2 \cos 2\pi\frac{3n_0e}{\lambda} + \ldots \right. \\ \qquad \left. + \left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^{2p} \cos 2\pi\frac{(2p+1)e}{\lambda} + \ldots\right] \\ -\cos 2\pi\frac{t}{T}\left[\sin 2\pi\frac{n_0e}{\lambda} + \left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^2 \sin 2\pi\frac{3n_0e}{\lambda} + \ldots \right. \\ \qquad \left. + \left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^{2p} \sin 2\pi\frac{(2p+1)e}{\lambda} + \ldots\right] \end{array} \right\}.$$

Comme $\left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right) < 1$, les coefficients de $\sin 2\pi\frac{t}{T}$ et de

---

[1] Chaque réflexion produit une perte de phase égale à $\frac{1}{2}$; le nombre des réflexions étant pair, tout se passe comme si le chemin parcouru dans le cristal intervenait seul.

$\cos 2\pi \frac{t}{T}$ sont finis. On a [1] :

$$X = \frac{4\left\{\sin 2\pi \frac{t}{T}\left[1-\left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^2\right]\cos 2\pi \frac{n_0 e}{\lambda} - \cos 2\pi \frac{t}{T}\left[1+\left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^2\right]\sin 2\pi \frac{n_0 e}{\lambda}\right.}{(n_0+1)^2\left[1-2\left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^2\cos 2\pi \frac{2n_0 e}{\lambda} + \left(\frac{n_0-1}{n_0+1}\right)^4\right]}$$

Cette expression peut être transformée et mise sous la forme

$$X = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \varphi_1\right),$$

où

$$\text{(5)} \qquad \operatorname{tang} 2\pi\varphi_1 = \frac{n_0^2+1}{2n_0}\operatorname{tang} 2\pi \frac{n_0 e}{\lambda}$$

et

$$\text{(6)} \qquad A = \frac{2\sqrt{4n_0^2\cos^2 2\pi \frac{n_0 e}{\lambda} + (n_0^2+1)^2 \sin^2 2\pi \frac{n_0 e}{\lambda}}}{(n_0^2-1)^2 \sin^2 2\pi \frac{n_0 e}{\lambda} + 4n_0^2}.$$

Négliger les réflexions intérieures revient à rendre égales à l'unité les valeurs de n_0, qui se trouvent en dehors

---

[1] Si en effet on pose $2\pi \frac{n_0 e}{\lambda} = x$ et $\frac{n_0-1}{n_0+1} = a$, le calcul des expressions

$$C = \cos x + a^2 \cos 3x + \ldots + a^{2p}\cos(2p+1)x + \ldots,$$
$$S = \sin x + a^2 \sin 3x + \ldots + a^{2p}\sin(2p+1)x + \ldots$$

peut être effectué en formant la somme

$$C + iS = e^{ix} + a^2 e^{3ix} + \ldots + a^{2p} e^{(2p+1)ix} + \ldots.$$

Cette série est absolument convergente, puisque $a < 1$; c'est une progression géométrique dont la raison est $a^2 e^{2ix}$; sa limite, lorsque p augmente indéfiniment, est donnée par

$$C + iS = \frac{e^{ix}}{1-a^2 e^{2ix}} = \frac{(\cos x + i\sin x)\left[(1-a^2\cos 2x) - ia^2 \sin 2x\right]}{(1-a^2\cos 2x)^2 + a^4 \sin^2 2x};$$

d'où l'on déduit

$$C = \frac{(1-a^2)\cos x}{1-2a^2\cos 2x + a^4}$$

et

$$S = \frac{(1+a^2)\sin x}{1-2a^2\cos 2x + a^4}.$$

des symboles trigonométriques; on retrouve $A = 1$ et $\tang 2\pi\varphi_1 = \tang 2\pi \frac{n_0 e}{\lambda}$.

La composante suivant Oy, qui est la direction de l'axe de la lame cristalline, est donnée par la relation

$$Y = B \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varphi_2\right),$$

où φ_2 et B sont définis par les formules

$$(5bis) \qquad \tang 2\pi\varphi_2 = \frac{n_e^2 + 1}{2n_e} \tang 2\pi \frac{n_e e}{\lambda},$$

$$(6bis) \qquad B = \frac{2\sqrt{4n_e^2 \cos^2 2\pi \frac{n_e e}{\lambda} + (n_e^2 + 1)^2 \sin^2 2\pi \frac{n_e e}{\lambda}}}{(n_e^2 - 1)^2 \sin^2 2\pi \frac{n_e e}{\lambda} + 4n_e^2},$$

déduites des expressions (5) et (6), où l'on remplace n_0 par n_e.

Applications. — 1° La lumière qui émerge des deux quartz croisés, de même épaisseur, possède la même polarisation que la lumière incidente. En effet, suivant Ox, l'amplitude est $A \times B$, la différence de phase est $\varphi_1 + \varphi_2$; suivant Oy, l'amplitude est $B \times A$, la différence de phase est $\varphi_2 + \varphi_1$.

J'ai vérifié par l'expérience cet important résultat; la précision du pointé de l'analyseur à pénombre est la même que dans la visée directe du nicol.

2° Une lame cristalline dont l'épaisseur est définie par la relation

$$\frac{n_e - n_0}{\lambda} e = \frac{(2k+1)}{4}$$

n'est pas exactement quart d'onde pour la lumière de longueur d'onde λ. Considérons le cas particulier d'une lame de quartz parallèle à l'axe, qui satisfait à la condition

$$\frac{n_e - n_0}{\lambda} e = \frac{5}{4}.$$

Cette relation définit l'épaisseur e de la lame cristalline, dans le cas d'une lumière donnée, la radiation D, par exemple, pour laquelle on a

$$\begin{cases} n_0 = 1,54423 \\ n_e = 1,55338 \end{cases} \qquad \lambda = 0^{\mu},589 32 \text{ (1)}.$$

La différence $\varphi_2 - \varphi_1$ prend alors la valeur $1,2569$ au lieu de $1,25 = \frac{5}{4}$.

Il y aurait lieu de tenir compte de cet écart dans la construction d'une lame cristalline destinée à produire une différence de marche donnée entre les deux vibrations principales.

Nous déterminerons plus loin l'influence de cet écart sur la précision des résultats qui seront énoncés.

3° Si l'on pose $2\pi\frac{n_0 e}{\lambda} = x$, la dérivée de A par rapport à x,

$$\frac{dA}{dx} = -(n_0^2 - 1)^2 \sin 2x \frac{\sqrt{(n_0^2+1)^2 \sin^2 x + 4 n_0^2 \cos^2 x}}{[(n_0^2-1)^2 \sin^2 x + 4 n_0^2]^2},$$

ne s'annule avec changement de signe que lorsque $x = p\frac{\pi}{2}$; la valeur de A oscille donc entre les valeurs extrêmes $\frac{2}{n_0^2+1}$ la plus petite et $\frac{1}{n_0}$ la plus grande, qu'on obtient en remplaçant x par les valeurs $x = p\frac{\pi}{2}$ et $x = (p+1)\frac{\pi}{2}$ dans l'expression de A. Il en est de même pour B dont les valeurs sont comprises entre $\frac{2}{n_e^2+1}$ et $\frac{1}{n_e}$. En adoptant les valeurs de $A = \frac{1}{n_0}$ et de $B = \frac{2}{n_e^2+1}$ qui présentent la plus grande différence, on peut déterminer la plus grande valeur des perturbations résultant de l'inégalité des facteurs de réfraction A et B, suivant les directions principales de la

(1) Mascart, *Traité d'Optique*, t. III, p. 653.

lame cristalline. Dans le cas d'une lame de quartz parallèle à l'axe, rigoureusement quart d'onde, dont les sections principales sont parallèles aux axes de l'ellipse incidente représentée par $x = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$, $y = b \cos 2\pi \frac{t}{T}$, on a, à l'émergence, la vibration rectiligne $x = A a \sin 2\pi \frac{t}{T}$, $y = B b \sin 2\pi \frac{t}{T}$, qui fait avec Ox l'angle θ_1 défini par $\tang \theta_1 = \frac{B}{A} \frac{b}{a}$. S'il n'y avait pas de réflexion intérieure, cet angle serait égal à θ donné par $\tang \theta = \frac{b}{a}$. L'erreur absolue est moindre que $\eta = \theta_1 - \theta$ donné par l'expression

$$(7) \qquad \tang \eta = \frac{(A - B)\frac{b}{a}}{A + B\left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

qui varie avec le rapport $\frac{b}{a}$ des axes de l'ellipse incidente. Le nombre η est nul lorsque la vibration incidente est rectiligne. Si on adopte pour A et B les valeurs extrêmes $\frac{1}{n_0}$ et $\frac{2}{n_e^2 + 1}$, l'expression $\tang \eta = \frac{A - B}{2\sqrt{AB}} = \frac{n_e^2 + 1 - 2n_0}{2\sqrt{2n_0(n_e^2 + 1)}}$, lorsque $\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{A}{B}}$, prend la valeur $\eta_1 = 2°51'40''$ représentant une limite supérieure de l'erreur [1]. Cet écart

[1] Il est nécessaire de remarquer, en y insistant, que cet écart est obtenu en supposant que des conditions multiples, même incompatibles, sont satisfaites. Dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (t. CXXII, p. 306), j'ai indiqué une valeur approximative de cet écart. Le faisceau lumineux, qui traverse le quart d'onde après avoir subi deux réflexions normales intérieures, se superpose au faisceau qui traverse le cristal sans réflexion. Il ajoute à la composante rectiligne, donnée par le faisceau principal, une deuxième composante dirigée suivant l'autre diagonale du rectangle circonscrit à l'ellipse et dont les côtés sont parallèles aux axes de cette ellipse. Son amplitude est la

est considérable par rapport à la précision du pointé de l'analyseur à pénombre. La formule (7), où l'on attribue à A et à B les valeurs déduites des expressions (6) et (6 *bis*), permet de calculer une Table de correspondance entre les différentes valeurs de la correction η et du rapport $\frac{b}{a}$ des axes de l'ellipse incidente.

4° *La lame quart d'onde présente entre ses deux directions principales la différence de phase* $\frac{1}{4} + \varepsilon$.

Afin de ne déterminer que l'influence du terme ε, il ne sera pas tenu compte des facteurs de transmission A et B. Les équations de la vibration elliptique incidente, dont les axes sont parallèles aux sections principales de la lame cristalline,

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = b \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

se transforment et donnent à l'émergence

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = b \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{4} - \varepsilon\right) = -b \sin 2\pi\varepsilon \cos 2\pi \frac{t}{T} + b \cos 2\pi\varepsilon \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

D'après la formule (4), l'angle θ_1 que forme avec $\overline{Ox}$ l'axe de cette ellipse est donné par

$$\operatorname{tang} 2\theta_1 = \frac{2ab \cos 2\pi\varepsilon}{a^2 - b^2} = \cos 2\pi\varepsilon \operatorname{tang} 2\theta, \qquad \text{car} \qquad \operatorname{tang}\theta = \frac{b}{a}.$$

fraction $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ (n indice moyen du quartz) de celle de la vibration principale. La différence des phases dépend de la double épaisseur de la lame. La vibration résultante est une ellipse inscrite dans le parallélogramme de ces deux rectilignes, dont l'axe fait avec la diagonale un angle au plus égal à $\varepsilon = 2°6'$ donné par $\operatorname{tang}\varepsilon = \frac{1}{25}$.

La valeur θ_1 devient égale à θ lorsque $\varepsilon = 0$. Comme l'analyseur à pénombre détermine la direction de l'axe de l'ellipse, l'erreur absolue correspondant à $\varepsilon \neq 0$ est donnée par la différence $\eta = \theta - \theta_1$, telle que

$$\operatorname{tang} 2\eta = \frac{(1 - \cos 2\pi\varepsilon) \operatorname{tang} 2\theta}{1 + \cos 2\pi\varepsilon \operatorname{tang}^2 2\theta}.$$

L'erreur, correspondant à une valeur donnée de η, varie avec θ, c'est-à-dire avec l'excentricité de l'ellipse incidente. Elle prend sa valeur la plus grande lorsque

$$\operatorname{tang}^2 2\theta = \frac{1}{\cos 2\pi\varepsilon};$$

son expression est alors représentée par

$$\operatorname{tang} 2\eta = \frac{\sin^2 2\pi\varepsilon}{\sqrt{\cos 4\pi\varepsilon}}.$$

Nous avons vu (p. 94) que la différence $(\varphi_2 - \varphi_1)$ de marche entre les deux vibrations principales pour une lame de quartz telle que $\frac{n_e - n_0}{\lambda} e = \frac{5}{4}$ était égale à 1,2569. Pour une pareille lame, ε est égal à $2\pi \times 0{,}0069$ ou $2^\circ 29' 2''$; la valeur de η correspondante déduite de la formule précédente est égale à $3' 14''$. Cette quantité est de l'ordre de la précision du pointé de l'analyseur à pénombre. Il y aurait lieu d'en tenir compte dans la discussion des résultats, si la lecture du manomètre était faite avec une précision du même ordre.

CHAPITRE II.

MÉTHODE DE MESURE DE LA BIRÉFRINGENCE DANS UNE DIRECTION DE PROPAGATION PARALLÈLE A L'AXE.

I. — Principe de la méthode.

1° *Introduction.* — Dans ce cas, la biréfringence se superpose au pouvoir rotatoire. L'angle des axes optiques

du cristal comprimé dans une direction normale à l'axe du cristal non comprimé a pour bissectrice la direction de cet axe. Toute onde normale à cette direction se dédouble en entrant dans le cristal en deux ondes parallèles qui interfèrent à l'émergence. La méthode a pour objet la détermination expérimentale de l'angle ρ que forme le vecteur a', défini à la page 132 de l'Appendice qui suit ce Mémoire, avec la direction de la vibration rectiligne incidente; cet angle est donné par la relation

$$\text{(8)} \qquad \operatorname{tang}\rho = \frac{2k}{1+k^2}\operatorname{tang}\pi\frac{\delta}{\lambda},$$

dans laquelle k représente le rapport des axes, commun aux ellipses privilégiées, et δ la différence de marche de ces deux vibrations elliptiques; k et δ sont définis par les formules de M. Gouy

$$k^2 + 2\left(\frac{\pi}{\omega e}\right)\left(\frac{n_y - n_x}{\lambda}e\right)k - 1 = 0$$

et

$$\pi\frac{\delta}{\lambda} = \omega e\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{\omega e}\,\frac{n_y - n_x}{\lambda}e\right)^2};$$

$\frac{n_y - n_x}{\lambda}e$ représente la différence de phase suivant les deux directions principales, ωe est la rotation totale du plan de polarisation.

L'élimination de $\pi\frac{\delta}{\lambda}$ et de k entre ces trois relations conduit à la formule

$$\text{(9)} \quad \operatorname{tang}\rho = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{\omega e}\,\frac{n_y - n_x}{\lambda}e\right)^2}}\operatorname{tang}\left[\omega e\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{\omega e}\,\frac{n_y - n_x}{\lambda}e\right)^2}\right]$$

La mesure de l'angle ρ permet de calculer l'expression $\frac{n_y - n_x}{\lambda}e$. On résout l'équation transcendante (9) en attribuant à $\frac{n_y - n_x}{\lambda}e$ successivement les valeurs $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \ldots,$

et en calculant les valeurs de ρ correspondantes. On peut ainsi construire, sur un diagramme quadrillé, la courbe

$$\rho = f\left(\pi \frac{n_y - n_x}{\lambda} e\right)$$

qui conduit à la détermination suffisamment approchée de l'une quelconque de ces grandeurs en fonction de l'autre. On facilite le calcul en posant

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{\pi}{\omega e} \frac{n_y - n_x}{\lambda} e;$$

la relation ainsi transformée $\operatorname{tang}\rho = \cos\varphi \operatorname{tang}\left(\frac{\omega e}{\cos\varphi}\right)$ est calculable par logarithmes.

La mesure de l'angle ρ découle de l'étude des déformations que subit l'ellipse émergente avec les changements de direction de la vibration rectiligne incidente pour des valeurs constantes du pouvoir rotatoire et de la biréfringence.

Comme les grandeurs k et $\pi\frac{\delta}{\lambda}$ sont supposées constantes, il en est de même des vecteurs

$$(10) \qquad \begin{cases} a' = \dfrac{2k}{1+k^2} \dfrac{\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\sin\rho} = \dfrac{\cos\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\cos\rho}, \\ b' = -\dfrac{1-k^2}{1+k^2} \sin\pi\dfrac{\delta}{\lambda}, \end{cases}$$

qui représentent deux diamètres conjugués de l'ellipse émergente.

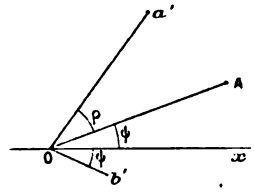
Si ψ est l'angle que forme la vibration incidente OA (*fig.* 8) avec la direction principale Ox de la double réfraction, ces deux diamètres font entre eux l'angle $(\rho + 2\psi)$ et avec cette même direction Ox les angles $(\rho + \psi)$ et $(-\psi)$.

Plaçons-nous d'abord dans le cas le plus général où a'

341079B

et b' sont différents de zéro, c'est-à-dire où $\pi\frac{\delta}{\lambda}$ et ρ sont différents de $n\pi$.

Fig. 8.



On sait que le grand axe d'une ellipse est toujours à l'intérieur de l'angle aigu formé par deux diamètres conjugués quelconques. Quand l'ellipse se déforme, l'un des diamètres restant fixe, l'autre en tournant fait déplacer ce grand axe dans son sens, s'il est le plus grand des deux, et en sens contraire, s'il est le plus petit. Or, dans mes expériences, la longueur du vecteur a' est restée plus grande que celle du vecteur b'; le grand axe de l'ellipse, qui fait l'angle R avec la direction de la vibration rectiligne incidente, se déplace dans le même sens que lui (¹).

Lorsque $\rho + 2\psi = n\pi$, les vecteurs a' et b' sont dans la même direction; la vibration émergente est rectiligne.

Si $\rho + 2\psi$ grandit, c'est-à-dire si ψ augmente ou si l'on fait tourner le nicol polariseur, le grand axe se déplace, mais le vecteur a' prend de l'avance sur lui; il la perd tout à fait lorsque $\rho + 2\psi = n\pi + \frac{\pi}{2}$; dans ce cas, en effet, la vibration émergente est une ellipse ayant pour axes les vecteurs a' et b'. La différence $(\rho - R)$, qui est nulle lorsque $\rho + 2\psi = n\pi$, prend une valeur positive lorsque $\rho + 2\psi$ augmente, passe par un maximum et redevient nulle, lorsque $\rho + 2\psi = n\pi + \frac{\pi}{2}$.

(¹) La réalisation de la figure dans les différents cas rend ces conclusions évidentes.

Pour des valeurs de $(\rho + 2\psi)$ comprises entre $n\pi + \frac{\pi}{2}$ et $(n+1)\pi$, le grand axe est en avance sur le vecteur a'; la différence $(\rho - R)$ est négative; sa valeur absolue grandit, passe par un maximum et redevient nulle, lorsque $\rho + 2\psi = (n+1)\pi$; les vecteurs a' et b' étant dans le prolongement l'un de l'autre, la vibration émergente est rectiligne. Et ainsi de suite.

La vibration émergente est *rectiligne* pour les directions ψ_1 et ψ_2 du nicol polariseur définies par les relations

$$\rho + 2\psi_1 = n\pi \qquad \text{ou} \qquad \psi_1 = \frac{n\pi - \rho}{2}$$

et

$$\rho + 2\psi_2 = (n+1)\pi \qquad \text{ou} \qquad \psi_2 = \psi_1 + \frac{\pi}{2}.$$

Ces deux directions sont *rectangulaires*, puisque

$$\psi_2 - \psi_1 = \frac{\pi}{2}.$$

De plus le vecteur a', dirigé alors suivant le vecteur b', est symétrique de la vibration incidente par rapport à la direction principale $\overline{Ox}$. Ce fait est important à signaler : *les directions principales de la biréfringence sont les bissectrices de l'angle de la vibration rectiligne incidente et de la vibration rectiligne émergente.*

La vibration émergente présente la plus *grande excentricité* lorsque les vecteurs a' et b' sont rectangulaires; les directions ψ'_1 et ψ'_2 sont alors définies par les relations

$$\rho + 2\psi'_1 = n\pi + \frac{\pi}{2} \qquad \text{ou} \qquad \psi'_1 = \frac{n\pi + \frac{\pi}{2} - \rho}{2} = \psi_1 + \frac{\pi}{4}$$

et

$$\rho + 2\psi'_2 = (n+1)\pi + \frac{\pi}{2} \qquad \text{ou} \qquad \psi'_2 = \psi'_1 + \frac{\pi}{2} = \psi_1 + \frac{3}{4}\pi.$$

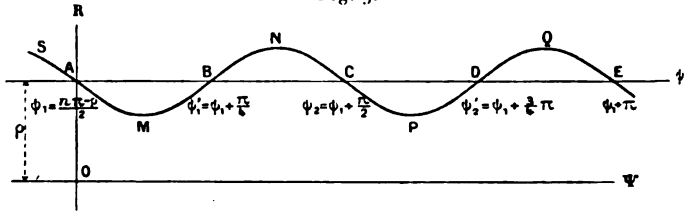
Ces deux directions sont rectangulaires, puisque

$$\psi'_2 - \psi'_1 = \frac{\pi}{2}.$$

La différence $\rho - R'$ change de signe, en s'annulant, lorsque dans sa variation l'angle ψ atteint les valeurs ψ_1, ψ'_1, ψ_2, ψ'_2 rangées par ordre de grandeur croissante; les variations de la fonction $R - \rho = -f(\psi)$ sont représentées par la courbe (*fig.* 9) :

Comme la quantité ρ est constante, cette courbe repré-

Fig. 9.



sente en même temps les variations de $R = \rho - f(\psi)$, si l'axe $A\psi$ est déplacé parallèlement à lui-même de la quantité ρ jusqu'en $O\Psi$.

2° *Détermination expérimentale de l'angle* ρ. — On fait varier l'azimut du polariseur de 10° en 10° et l'on note chaque fois, à l'aide de l'analyseur à pénombre, la rotation R de l'axe de l'ellipse émergente par rapport à la vibration incidente. On construit la courbe représentative des valeurs de R portées en ordonnées en fonction des azimuts Ψ du polariseur qu'on porte en abscisses. On n'utilise que les points de cette courbe qui sont donnés par des pointés précis. Ce sont ceux situés sur les branches SAM, NCP, QE qui possèdent les points A, C, E d'abscisses ψ_1, ψ_2, $\psi_1 + \pi$, pour lesquels la vibration émergente est rectiligne. C'est l'ordonnée commune à chacun de ces points A, C et E qui représente la valeur cherchée de l'angle ρ.

On précise la position de cette ordonnée en tenant compte des remarques déjà faites : 1° que la distance des points ψ_1 et ψ_2, comptée sur la ligne $A\psi$, est exactement égale à la longueur du segment qui correspond à $\frac{\pi}{2}$; 2° que la direction calculée $\psi_1 + \frac{\rho}{2}$, qui représente la direction principale de la biréfringence, est la même pour toutes les déterminations. En utilisant cette remarque énoncée à la page 101, on peut, après avoir fait des déterminations indépendantes, calculer la moyenne des valeurs de $\psi_1 + \frac{\rho}{2}$. Cette moyenne permet après coup de rectifier quelques-unes des valeurs de ρ obtenues dans les cas de moindre précision. D'où une nouvelle valeur moyenne qui représente la direction principale de la biréfringence et à laquelle on rapporte en définitive toutes les mesures.

3° *Variation de la sensibilité de la méthode et application.* — L'ordonnée qui détermine la position de la droite $A\psi$ est comprise entre les valeurs extrêmes des ordonnées de la courbe $R = \rho - f(\psi)$, qui sont d'autant plus écartées l'une de l'autre que le rapport $\frac{b'}{a'}$ a une valeur plus grande; de même, la précision du pointé dans le voisinage des azimuts ψ'_1 et ψ'_2 est d'autant moindre que $\frac{b'}{a'}$ est plus grand.

La variation du rapport $\frac{b'}{a'} = -\frac{1-k^2}{2k}\sin\rho$ peut ainsi servir à l'étude de la sensibilité de la méthode. Le rapport k des axes des ellipses privilégiées varie d'une manière continue entre 1 et 0, lorsque la biréfringence varie de 0 à l'∞; le coefficient $\frac{1-k^2}{2k}$ varie entre 0 et l'∞, tandis que le coefficient $\sin\rho$ prend des valeurs qui oscillent entre -1 et $+1$ en s'annulant, lorsque ρ varie de 2π.

On se trouve dans les meilleures conditions de sensibi-

lité, lorsque $\frac{b'}{a'} = 0$. Puisqu'il y a biréfringence, k diffère de 1; cette condition n'est satisfaite que si $\sin\rho$ est égal à 0, c'est-à-dire si ρ est égal à $n\pi$. Dans ce cas, les formules (8) et (10) (p. 98 et 99) montrent que $\pi\frac{\delta}{\lambda} = n\pi$, $a' = 1$, $b' = 0$. La vibration émergente est *rectiligne* et possède la même direction que la vibration incidente; le vecteur a' intervenant seul, puisque $b' = 0$, la différence $R - \rho$ est constamment nulle. La courbe $R = \rho - f(\psi) = \rho$ est alors représentée par une droite parallèle à l'axe $\overline{O'\psi}$. Quelle que soit la position du polariseur, la rotation du plan de polarisation est égale à $n\pi$. Cette remarque comporte une application intéressante; elle permet de fixer avec précision, au point de vue optique, la pression marquée par un manomètre, qui introduit une biréfringence telle que $\pi\frac{\delta}{\lambda} = n\pi$. Le quartz comprimé étant enlevé, on oriente la section principale de l'analyseur à pénombre, de manière à obtenir l'égalité d'éclairement des deux plages. On interpose ensuite le quartz et, laissant l'analyseur fixe, on agit sur le compresseur de manière à rétablir l'égalité d'éclairement.

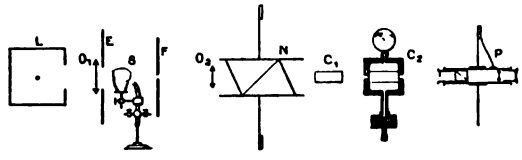
Une faible variation de pression est marquée par l'inégalité des intensités des deux plages de l'analyseur.

II. — Disposition expérimentale et description des appareils.

Le système éclairant, le nicol polariseur, l'analyseur à pénombre ont été déjà décrits dans la première partie de ce Mémoire. Les quartz parallèles à l'axe sont remplacés par des quartz perpendiculaires de rotations contraires et à peu près de même épaisseur. Le premier quartz est destiné à compenser les effets de la dispersion rotatoire du

jaune sur le second quartz [1]; comme dans la lumière qui émerge du système des deux quartz, les vibrations rectilignes fournies par les radiations D_1 et D_2 ont même direction, le pointé de l'analyseur à pénombre est obtenu avec la plus grande précision.

Fig. 10.



LÉGENDE. — L, lanterne de projection avec arc électrique; O_1, lentille éclairante qui forme l'image du charbon positif de l'arc sur l'ouverture F du collimateur; E, écran percé d'une ouverture circulaire; S, creuset et sel marin rendu incandescent avec un chalumeau oxhydrique; F, ouverture du collimateur (1^{mmq} de section); O_2, lentille collimatrice; N, nicol dans une bonnette graduée: C_1, cristal de quartz épais, taillé perpendiculairement à l'axe, de rotation contraire à celle du quartz C_2, de même épaisseur, contenu dans le compresseur; P, analyseur à pénombre.

Il n'en est pas de même pour la lumière qui émerge du premier quartz; les deux vecteurs D_1 et D_2 font entre eux un certain angle, à l'intérieur duquel on dirige l'analyseur, avec une précision qui est de l'ordre de $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ pour les quartz épais dont j'ai fait usage. Cette incertitude limite la précision de la mesure de l'angle ρ auquel cette direction sert d'origine. Pour cette raison il n'y a pas lieu de tenir compte de la différence des variations qui se produisent, sous l'influence de la pression, avec chacune des radiations D_1 et D_2.

J'ai fait usage de deux quartz perpendiculaires à l'axe,

---

[1] M. GERNEZ (*Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 59) a signalé l'emploi d'un quartz compensateur pour étudier la variation avec la température du pouvoir rotatoire d'un autre quartz de rotation contraire.

taillés par M. Jobin, suivant les mêmes procédés que ceux décrits page 139 de ce Mémoire. Ils ont même base carrée, $17^{mm},8$, et les autres constantes sont données dans le Tableau suivant :

	Hauteur (1).	Plus petits angles formés avec les axes binaires par les surfaces latérales de chacun d'eux.
Quartz A....	$50^{mm},034$ à 15°	7° et 23°
Quartz B....	$49^{mm},5$ »	0° et 30°

Observés au Norremberg, en lumière parallèle, ils ne présentent pas de pointements colorés; le quartz B est pur dans sa partie centrale, mais on constate sur les bords des franges noires irisées.

Les échantillons purs et de grande dimension sont rares; de plus, l'essai de nombreux quartz, qu'on doit tailler au préalable, a rendu coûteux les cristaux dont je me suis servi (2).

Les quartz sont supportés par les mêmes appareils que dans la première méthode.

III. — Mise en place des appareils et réglage.

La mise en place et le réglage sont beaucoup plus simples que dans la méthode précédente. Il suffit d'obtenir le centrage des différents accessoires par rapport au faisceau de lumière parallèle qui émerge du collimateur, ainsi que la perpendicularité à ce faisceau des faces des cristaux. Ces diverses opérations ont été déjà décrites. La

(1) L'épaisseur du quartz a été mesurée au Bureau international des Poids et Mesures.

(2) Je dois des remercîments à M. E. Amet, directeur des Usines de Sézanne (Marne), qui a bien voulu choisir à mon intention, parmi les échantillons dont il disposait dans son usine, ceux qui pouvaient convenir à mes expériences.

bonnette graduée du nicol polariseur étant à la division o, le deuxième quartz enlevé, on détermine avec l'analyseur la direction de la vibration qui émerge du premier quartz et qui sert d'origine à la mesure de l'angle ρ. On adopte la moyenne de cinq pointés successifs obtenus avec l'analyseur à pénombre. On introduit ensuite le deuxième quartz, que l'on comprime, et l'on opère, ainsi qu'on l'a indiqué dans l'exposé du principe de la méthode.

IV. — Discussion de la méthode et des causes d'erreur.

J'ai déjà dit que l'incertitude dans la position de la vibration qui émerge du premier quartz et qui est de $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ environ rend illusoire la recherche d'une précision plus grande dans l'étude de la différence qu'exerce la pression sur les radiations D_1 et D_2.

Il y aurait à examiner l'influence d'un défaut d'orientation des faces des quartz par rapport à l'axe; mais cette étude est inutile, puisque, par un procédé précis, je n'ai pu mettre en évidence des écarts appréciables dans les quartz construits par M. Jobin.

Il y aurait aussi à se préoccuper du changement de direction de la lumière qui émerge du nicol, avec l'orientation de celui-ci. Cette étude serait très compliquée théoriquement, parce qu'il serait nécessaire de repérer, l'une par rapport à l'autre, la vibration rectiligne incidente, le sens de la déviation du faisceau et la direction de la biréfringence accidentelle introduite par compression. On peut avoir une idée de la grandeur de la perturbation produite dans les mesures, en opérant avec une compression nulle; les expériences que j'ai faites, à plusieurs reprises et à des époques différentes, m'ont donné dans les différents azimuts, avec les directions qu'on aurait dû observer si l'inclinaison n'était intervenue, les écarts dont les moyennes sont les suivantes :

Azimuts du polariseur lus sur la graduation de la bonnette... ...	0,	10,	20,	30,	40,	50,	60,	70,	80,	90,
Écarts dus à l'inclinaison du faisceau.....	0°0	0°,4'	0°,0	0°,4	0°,3	—0°,1	0°,4	0°,1	0°,18	0°,13

Azimuts du polariseur lus sur la graduation de la bonnette.....	100,	110,	120,	130,	140,	150,	160,	170,	180
Écarts dus à l'inclinaison du faisceau.....	0°,13	0°,26	0°,21	0°,27	0°,32	0°,33	0°,31	0°,31	0°,31

Quelques-unes de ces différences sont supérieures à l'erreur de la détermination de la droite d'ordonnée ρ médiane de la courbe $R = \rho - f(\psi)$. Comme cette droite est déterminée par les points de la courbe où la vibration est rectiligne, il suffit d'appliquer aux azimuts correspondants les corrections qui proviennent de l'inclinaison du faisceau et qui ont été déterminées expérimentalement pour chacune des positions du polariseur dans le cas d'une biréfringence nulle.

CHAPITRE III.

RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES ET CONCLUSIONS.

Le Tableau de l'ensemble des résultats est aux pages 110 et 111 ; les courbes correspondantes sont représentées dans la *fig.* 11, p. 109.

1° *Quartz parallèles à l'axe.* — L'indice de la composante qui vibre dans la direction de la compression augmente plus que celui de la composante qui vibre dans la direction perpendiculaire. L'expérience montre en effet que si la direction principale, suivant laquelle a lieu l'avance du quart d'onde, fait, avec la direction principale Ox du quartz étudié, l'angle $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}$ et, avec la direction principale Oy, l'angle $\frac{\pi}{4}$, l'augmentation de pression fait tourner la vibration sensiblement rectiligne, qui émerge du système, dans le sens de Oy vers Ox, c'est-à-dire dans le sens des aiguilles d'une montre.

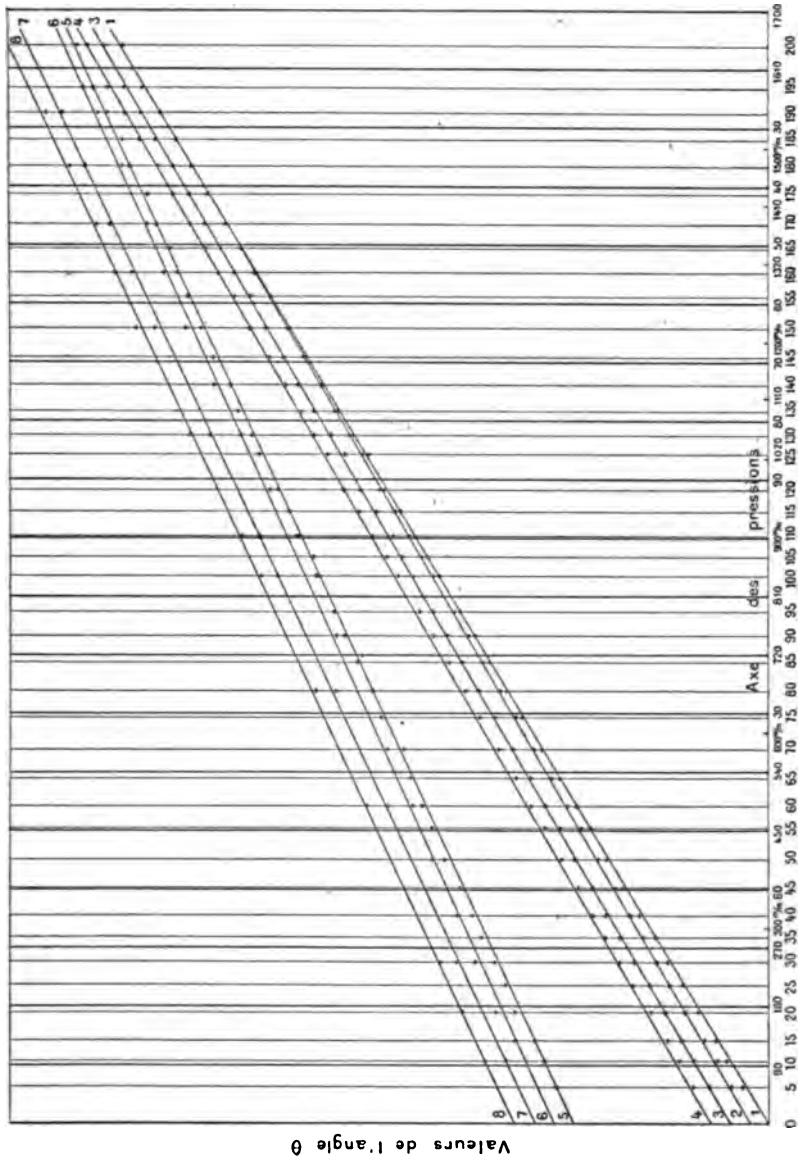


Fig. 11 correspondant au Tableau des pages 110 et 111.

Valeurs de l'angle $\theta = 180 \frac{n_e - n_o}{\lambda} e$ *exprimé en degrés (fig. 11).*

PRESSIONS.		QUARTZ PARALLÈLES A L'AXE.				QUARTZ PERPENDICULAIRES A L'AXE.			
		QUARTZ A.		QUARTZ B.		QUARTZ C.		QUARTZ D.	
Indications du manomètre métallique.	Hauteurs de mercure du manomètre à air libre Amagat dont les indications multipliées par le rapport $\frac{76000}{854}$ donnent les pressions exprimées en millimètres de mercure à 20°.	Compression normale à l'axe ternaire (Courbe 1). Plus petit angle formé par la face MN avec l'un des axes binaires : 12°.	Compression parallèle à l'axe ternaire (Courbe 2).	Compression normale à l'axe ternaire (Courbe 3). Plus petit angle formé par la face MN avec l'un des axes binaires : 29°, 5.	Compression parallèle à l'axe ternaire (Courbe 4).	Compression normale à l'axe ternaire (Courbe 5). Plus petit angle formé par la face MN avec l'un des axes binaires : 7°.	Compression normale à l'axe ternaire (Courbe 6). Plus petit angle formé par la face OP avec l'un des axes binaires : 23°.	Compression normale à l'axe ternaire (Courbe 7). Plus petit angle formé par la face MN avec l'un des axes binaires : 0°.	Compression normale à l'axe ternaire (Courbe 8).
atm	mm	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′
0	0	0	0	0	0	0	0	"	"
5	58,5	36.07	30.59	33.12	30.29	27.30	"	"	"
10	95,5	58.06	51.10	54,46	49.53	45.30	"	45.00	46.30
15	128,5	78.50	71.43	74.38	69.56	60.30	61.30	"	"
20	171,0	104.00	96.10	99.14	94.17	89.30	89.00	"	"
25	214,0	130.05	120.04	124.51	121.29	104 45	"	"	"
30	249,0	152.56	142.22	146.32	142.21	125.45	122.45	121.30	117.00
35	287,0	175.10	164.51	169 31	163.29	144.30	"	"	"
40	320,0	196.54	184 57	189.23	184.17	158.30	150,00	"	"
45	362,0	220.40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	"	"	"

90	749,5	450.53	430.09	434.41	426.15	353.00	339.45	"	"
95	785,5	472.18	452.23	456.46	448.57	370.15	"	"	"
100	828,0	497.39	476.39	481.26	473.47	389.15	365.30	392,25	387.30
105	870,0	522.24	501.11	506.00	497.22	405.30	"	"	"
110	902,0	543.53	521.00	520.05	522.20	423.15	397 45	425.25	423.25
115	938,5	565.24	542.33	546.28	543.51	440.15	"	"	"
120	973,0	588.50	565.59	569.00	565.29	456.15	438.00	462.00	460.45
125	1028,0	614.50	594.00	593.50	591.38	487.45	"	"	"
130	1057,0	637.48	614.20	616.54	612.53	498.15	485.00	500.25	502.30
135	1093,0	660.47	634.52	641.02	634.13	519.45	"	"	"
140	1133,5	683.58	657.34	664.01	655.29	535.45	526.00	"	543.00
145	1176,5	710.15	684.52	689.13	681.39	558.15	"	"	"
150	1222,5	738.45	709.29	715.04	711.08	577.15	570.30	586.30	584 00
155	1268,0	764.62	735.03	740.14	734.01	594.15	"	"	"
160	1305,5	788.42	761.32	764.12	760.19	613.45	602.30	620.00	617.00
165	1344,5	811.02	"	788.56	781.10	624.30	"	"	"
170	1381,5	836.22	"	810.42	805.28	644.15	631.45	653.30	647.30
175	1428,5	862.38	"	836.58	832.24	663.00	"	"	"
180	1470,5	888.51	"	861.44	855.23	688.00	668.25	693.30	688.00
185	1511,5	913.02	"	888.34	883.01	701.30	"	"	"
190	1551,5	937.18	"	911.12	906.41	722 30	705.15	729,30	721.30
195	1591,5	963.34	"	935.06	930.07	744.00	731.15	"	"
200	1644,0	993.53	"	966.16	960.41	765.15	"	"	"
Coefficient angulaire de la droite $\theta = k.p$.		0,60408	0,58043	0,58278	0,57983	0,47012	0,45729	0,47975	0,47772
		Pour l'épaisseur totale.							
θ est exprimé en degrés, p en millimètres de mercure du manomètre Amagat.		0,12073	0,10600	0,11647	0,11601	0,09396	0,09139	0,09692	0,096507
		Pour une épaisseur de 1cm.							

Les nombres du Tableau des pages 110-111, relatifs au quartz A comprimé normalement à l'axe, représentent la moyenne de sept déterminations. Dans ce cas, l'écart le plus considérable qui existe entre les nombres correspondant à une même indication manométrique ne dépasse pas 4°; il est de l'ordre des erreurs dues au manomètre ($\frac{2}{3}$ atmosphère), puisqu'une variation de pression de 1^{atm} fait tourner la vibration d'environ 5°. L'écart entre ces nombres extrêmes et la moyenne est de l'ordre de 2°. Il n'y a pas lieu, à cause des incertitudes manométriques, de faire les corrections que j'ai signalées dans la discussion de la méthode. Ces nombres moyens se placent très exactement sur une ligne droite (*fig.* 11, courbe n° 1) dont les abscisses représentent les pressions exprimées en millimètres de mercure du manomètre Amagat [1] et les ordonnées, les valeurs de l'angle $\theta = 180 \times \frac{n_e - n_0}{\lambda} e$. On détermine le coefficient angulaire de cette droite en utilisant à la fois toutes les déterminations. On prend la moyenne des rapports $\frac{y}{x}$ des valeurs de l'angle θ exprimé en degrés et de la hauteur de mercure représentant la pression exprimée en millimètres. Comme cette droite passe rigoureusement par l'origine (*fig.* 11, courbe n° 1) on peut conclure que la pression se transmet intégralement à travers la lame de cuivre souple servant de séparation entre le cristal et le liquide du compresseur. Il n'en est pas de même dans les expériences de M. Beaulard [2] où l'inertie des bandes de carton, interposées entre le quartz et les mâchoires de compression, provoque, entre la pression observée et la pression exercée sur le cristal, des différences pouvant atteindre 10^{kg} par centimètre carré.

---

(1) Le manomètre indique la différence des pressions qui existe entre le groupe des faces comprimées et le groupe des faces non comprimées du cristal contenu dans le compresseur.

(2) BEAULARD, Thèse, p. 127.

Pour la pression la plus élevée que j'ai obtenue [200^{atm} environ, définie par une hauteur de mercure de 1644^{mm} à la température de 20° avec le manomètre Amagat (¹)], l'écart de 2° entre la moyenne et l'observation la plus défavorable correspond à une différence possible de 0,0012 sur la mesure du rapport $\frac{y}{x}$; ce rapport est égal à 0,60408 pour la longueur totale du quartz ($5^{cm},03$); sa valeur, qui serait de 0,12073 pour une épaisseur égale à 1^{cm}, est affectée par l'erreur signalée plus haut d'environ 3 unités de la quatrième décimale.

A 100^{atm}, le même écart sur la valeur de l'angle $\theta = 180 \times \frac{n_e - n_0}{\lambda} e$ correspondrait à une erreur deux fois plus grande.

J'ai fait une seule série de déterminations avec chacun des quartz A et B comprimés dans le sens de l'axe. Les nombres correspondant à une même pression dans le Tableau de la page 110 (*fig.* 10, courbes 2 et 4) paraissent indiquer pour presque toutes les déterminations, une différence systématique atteignant quelquefois 4°. Cependant, il importe de remarquer que cet écart n'augmente pas avec la pression, comme cela devrait se produire si les droites représentatives du phénomène avaient des coefficients angulaires inégaux. De plus, les coefficients angulaires pour l'épaisseur totale du quartz sont égaux à 0,58043 et 0,57983; ils diffèrent l'un de l'autre de quantités du même ordre de grandeur que la valeur des erreurs attribuées aux indications manométriques. Ainsi donc ces expériences, avec la précision qu'elles comportent, ne contredisent pas *l'identité de la déformation de la surface d'onde produite par une même compression sur*

(¹) $8^{mm},54$ de mercure de ce manomètre représentent la pression marquée par 760^{mm} de mercure à 20°.

deux échantillons différents de quartz, comprimés dans le sens de l'axe.

S'il en est ainsi, les écarts supérieurs aux erreurs expérimentales que présentent entre eux les quartz A et B comprimés normalement à l'axe ternaire, le premier dans une direction à 12°, le second à 29°,5 d'un axe binaire (*fig.* 11, courbes 1 et 3), démontrent le fait fondamental que je veux mettre en évidence, c'est-à-dire que *la déformation de la surface d'onde sous l'influence d'une compression normale à l'axe ternaire dépend de l'orientation de cette action par rapport aux axes binaires.*

En effet, les nombres du Tableau de la page 110 (*fig.* 11, courbe 3), où les résultats relatifs à B, dans le cas qui nous occupe, sont la moyenne des observations concordantes obtenues avec de la lumière incidente rectiligne et de la lumière incidente circulaire, diffèrent systématiquement pour A et pour B. Les écarts entre les valeurs de $\theta = 180 \frac{n_c - n_e}{\lambda} e$, qui vont en croissant avec la pression, atteignent 16° à 100^{atm} et 27° à 200^{atm}. Les coefficients angulaires correspondant à l'épaisseur de $5^{cm},03$ sont 0,60408 pour A et 0,58278 pour B; ils accusent une différence égale à 0,022, alors que la différence possible due à l'imperfection des mesures est 0,0024.

2° *Quartz perpendiculaires à l'axe.* — La loi énoncée ci-dessus a été vérifiée en comparant les résultats obtenus avec deux quartz d'origines différentes présentant, dans le sens de l'axe, la même élasticité optique. Son importance légitime de nouvelles mesures relatives à un même échantillon et effectuées par un autre procédé. On se place dans des conditions convenables en observant les phénomènes de biréfringence dans une direction de propagation parallèle à l'axe. La méthode est alors susceptible, dans un cas particulier, d'une vérification importante.

Deux directions qui sont identiques au point de vue des

déformations mécaniques le sont-elles au point de vue des déformations de la surface d'onde? Afin de répondre à cette question, j'ai fait tailler le quartz D de manière à comparer la compression dans la direction d'un axe binaire à celle obtenue dans une direction perpendiculaire normale à l'axe ternaire. D'après M. Voigt (1), ces directions sont identiques au point de vue mécanique.

Quartz D. — Épaisseur, $49^{mm},5$. Rotation totale du plan de polarisation, $1073^{\circ}19'$. Angles des faces avec les axes binaires, 0° et 30° (*fig.* 10, courbes n°s 7 et 8) (Tableau, p. 110).

Afin de préciser l'exactitude des résultats auxquels conduit la méthode de mesure dont j'ai fait usage, il est nécessaire de suivre de près les opérations effectuées pour quelques-unes des pressions exercées. Voici la copie de mon cahier d'observations pour deux déterminations choisies parmi celles où les conditions expérimentales diffèrent le plus entre elles. La compression est parallèle à l'axe binaire.

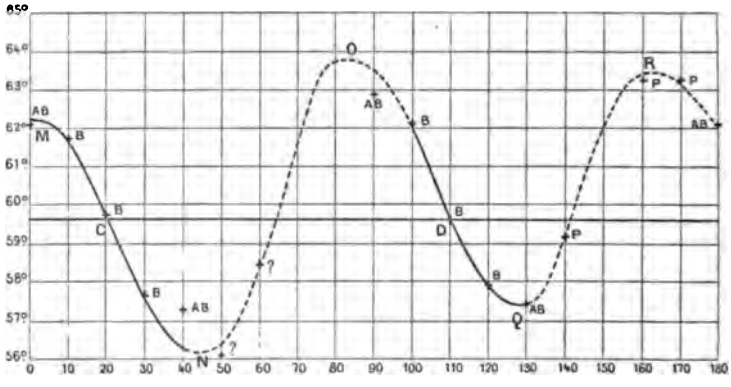
Pression, 100^{atm}. *Température moyenne*, $21^{\circ},5$.			*Pression*, 170^{atm}. *Température moyenne*, $21^{\circ},9$.		
Azimuts du polariseur.	Valeurs de $R=\rho-f(\psi)$.	Précision du pointé.	Azimuts du polariseur.	Valeurs de $R=\rho-f(\psi)$.	Précision du pointé.
0.....	61°. 7′	Assez bien.	0.....	171°. 6′	Bien.
10.....	61.44	Bien.	10.....	171.16	»
20.....	59.42	Bien.	20.....	171. 4	»
30.....	59.37	Bien.	30.....	170.52	»
40.....	57.20	Assez bien.	40.....	171. 0	»
50.....	56. 2	Passable.	50.....	170.36	»
60.....	58.26	Mauvais.	60.....	170.50	»
70.....		Insuffisant.	70.....	171. 5	»
80.....	65.46	Passable.	80.....	170.35	»
90.....	62.52	Assez bien.	90.....	171. 2	»
100.....	62. 8	Bien.	100.....	171. 6	»

(1) VOIGT, *loc. cit.*, p. 64.

Azimuts du polariseur.	Valeurs de $R = \rho - f(\psi)$.	Précision du pointé.	Azimuts du polariseur.	Valeurs de $R = \rho - f(\psi)$.	Précision du pointé.
110.....	59.37	Bien.	110.....	170.51	»
120.....	57.55	Bien.	120.....	170.47	»
130.....	57.25	Assez bien.	130.....	170.34	»
140.....	59.10	Passable.	140.....	170 46	»
150.....		Insuffisante.	150.....	171. 0	»
160.....	63.31	Passable.	160.....	171. 7	»
170.....	63.22	Passable.	170.....	171. 0	»
180.....	61. 6	Assez bien.	180.....	171. 2	»

La courbe dessinée ci-dessus, correspondant à la pression de 100^{atm}, représente les variations de l'angle

Fig. 12.



LÉGENDE. — B signifie bonne détermination; AB, assez bonne; P, passable; ? insuffisante.

$R = \rho - f(\psi)$, lorsque l'azimut du polariseur change. Chaque division du diagramme donne en abscisses une variation de 10° dans la position de la section principale du polariseur; chaque division en ordonnée donne, pour l'angle ρ, une variation de 1°. Les portions MN et OQ de la courbe sont déterminées par de bonnes mesures et, pour une ordonnée convenable de cette région, la lumière est rigoureusement rectiligne; les portions NO et QR sont

mal déterminées et, pour certains azimuts, l'ellipse émergente possède une excentricité telle que le pointé de son axe avec l'analyseur à pénombre devient impraticable; c'est ce qui a lieu pour les azimuts 60, 70, 80, ..., 150. La droite d'ordonnée $\rho = 59^\circ 36'$ coupe les portions utiles de la courbe en deux points C et D d'abscisses ψ_1 et ψ_2; la distance $\overline{CD}$ est sensiblement égale à 9 divisions du diagramme; donc $\psi_2 - \psi_1 = 90$; l'expression $\psi_1 + \frac{\rho}{2} = 50^\circ 8'$ (car $\psi_1 = 20^\circ 30'$) représentant l'azimut de la section principale de la lame cristalline, présente avec la moyenne ($49^\circ 12'$) des déterminations obtenues pour cette direction une différence de $56'$. Pour amener la droite CD dans une position telle que $\psi_1 + \frac{\rho}{2}$ prenne une valeur égale à la moyenne, il faudrait faire varier de $10'$ la valeur de l'angle ρ.

La méthode optique permet donc, dans les conditions les plus défavorables, la mesure de l'angle ρ avec une précision de l'ordre de $10'$; l'angle θ qui lui correspond est déterminé avec une précision d'environ $50'$. Cette limite est inférieure aux erreurs provenant des indications manométriques.

Dans l'exemple que j'ai donné, relatif à la pression de 170^{atm}, tous les pointés sont convenables et les diverses valeurs de $R = \rho - f(\psi)$ sont comprises entre $170^\circ 34'$ et $171^\circ 16'$; cet écart représente l'amplitude de la double oscillation de la courbe $R = \rho - f(\psi)$ et la valeur de ρ s'obtient en faisant la moyenne des déterminations avec une précision meilleure que dans le cas où la pression est de 100^{atm}.

Je rappelle que, dans le cas particulier où $\rho = 180^\circ$, l'expression $f(\psi)$ est identiquement nulle, R est constant; ceci justifie l'emploi des moyennes pour le calcul des valeurs de ρ qui sont voisines de ce nombre.

Voici le Tableau comparatif des résultats obtenus avec le quartz D :

Compression normale à l'axe binaire.

Indications manométriques.	Valeurs de ρ.	Directions calculées de la section principale de la lame cristalline.
atm 6.....	6 × 180 — 6°.40′	calculées par la moyenne
10.....	— 5.30	
30.....	+ 0.14	
60.....	+ 16.40	
80.....	+ 35.20	47°.35
100.....	+ 60.40	48.20
110.....	+ 73.30	49.10
120.....	+ 86.45	48.22
130.....	+103	49.15
140.....	+120	47.0
150.....	+193	49.30
160.....	+156.36	49.18
170.....	+173.27	calculées par la moyenne
180.....	+191.53	
190.....	+210.20	49° 10′

Compression parallèle à l'axe binaire.

Indications manométriques.	Valeurs de ρ.	Directions calculées de la section principale de la lame cristalline.
atm 6.....	6 × 180 — 6°.40′	calculées par la moyenne
10.....	— 5.30	
30.....	— 0.12	
60.....	+ 16.40	
80.....	+ 35.40	52°.51′
100.....	+ 59.36	50. 8
110.....	+ 72.48	48.24
120.....	+ 86.18	49.18
130.....	+102	49
140.....	+118.24	49.12
150.....	+137.54	48.57
160.....	+155	49.30
170.....	+170.55	calculées par la moyenne
180.....	+189.14	
190.....	+206	49°24′

Les différences résultant des indications manométriques suffisent à expliquer les écarts qui existent entre les nombres de l'un et l'autre Tableau. Mes mesures ne différencient donc pas ces deux directions, de même que celles de M. Voigt ne les avaient pas différenciées au point de vue des phénomènes mécaniques.

Quartz C. — Épaisseur $50^{mm},034$ à 15°. Rotation totale du plan de polarisation : 1087° 20′ à la température de 20° environ. Plus petits angles des faces avec les axes binaires : 7° et 23°.

Les résultats sont indiqués dans le Tableau de la p. 110 et dans la *fig.* 11, courbes n°s 5 et 6. Les causes d'erreurs, dues surtout au manomètre, peuvent affecter de 3 unités de la troisième décimale la détermination du coefficient angulaire de la droite qui représente le phénomène.

Le coefficient angulaire relatif à une compression normale à la face qui fait l'angle de 7° avec un axe binaire est $\frac{0}{p} = 0,470$.

Pour la compression à 90° de la précédente, on a

$$\frac{0}{p} = 0,457.$$

La différence est $\frac{13}{1000}$; elle ne peut pas être expliquée autrement *qu'en admettant des déformations différentes de la surface d'onde pour des compressions s'exerçant à 7° et 97° d'un même axe binaire.*

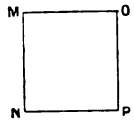
3° *Application.* — Une conclusion intéressante résulte des faits qui viennent d'être énoncés. Qu'arriverait-il si le quartz C était comprimé également sur chacune de ses faces latérales? La compression de 180^{atm} normale au groupe des faces $\overline{MO}$ et $\overline{NP}$ (*fig.* 13) introduit une biréfringence telle que $180\,\frac{n_x - n_y}{\lambda}\,e$ soit égal à 722° 30. La même compression normale en groupe des faces $\overline{MN}$ et $\overline{OP}$ introduit une biréfringence donnée par $180\,\frac{n'_y - n'_x}{\lambda} = 705°\,15'$.

Si cette compression s'exerçait simultanément sur chacun des groupes de ces faces, il en résulterait une biréfringence telle que

$$180 \frac{N_y - N_x}{\lambda} e = 17^\circ 15'.$$

Une telle biréfringence correspond à un angle ρ d'environ 7′, susceptible d'être mis en évidence au moyen de l'analyseur à pénombre. Avec le quartz C, soumis à des com-

Fig. 13.



pressions identiques sur l'ensemble de ses faces latérales, on constaterait donc l'apparence d'une variation dans la valeur du pouvoir rotatoire. Il n'en serait pas de même pour le quartz D, pour lequel aucune différence n'a pu être démontrée entre les directions MN et MO.

En terminant l'exposé des résultats expérimentaux obtenus, je dois signaler l'intérêt qu'il y aurait de poursuivre ces recherches.

a. La détermination de la loi de variation de la biréfringence avec la direction de la compression exigerait l'emploi de nombreux quartz, très purs, et taillés suivant des orientations convenables; bien que je m'occupe de cette question depuis plus d'un an, je ne puis encore formuler aucun résultat définitif. Avant toute conclusion, il est nécessaire de contrôler l'identité des effets correspondant à des actions identiques dans les cristaux de quartz de diverses origines.

D'une part, les différents échantillons de quartz possèdent la même dispersion et leurs indices varient suivant

la même loi avec la température [1]; aucune différence n'a été établie entre les divers morceaux de cristal de roche au point de vue du pouvoir rotatoire qui présente pour tous les mêmes variations avec la température [2].

D'autre part, en développant l'hypothèse de Reusch, relative au groupement ternaire de la quartzine dans les cristaux de quartz, M. Wallerant [3] n'arrive pas à la même conclusion; la structure cristalline du quartz doit dépendre des conditions de formation. Deux cristaux, qui ont pris naissance dans les mêmes conditions, sont probablement semblables; mais les cristaux formés dans des conditions différentes peuvent être dissemblables. Dans certains cas, par exemple, les particules de quartzine possèdent une orientation à 60° de celle qu'elles offrent dans d'autres cristaux de quartz.

A priori, il n'est donc pas évident que, au point de vue des phénomènes d'élasticité optique et mécanique, les différents échantillons de quartz soient semblables.

Les expériences que j'ai faites avec les quartz A et B, tirés de cristaux différents et comprimés suivant l'axe, accusent des déformations qui diffèrent l'une de l'autre de quantités moindres que les erreurs expérimentales [4]. Faut-il en conclure que tous les cristaux de quartz sont identiques? Une pareille affirmation serait au moins prématurée. Il est certain, en effet, que, s'il existe une différence, celle-ci doit être faible et l'extrême précision des mesures peut seule la mettre en évidence. Les indications du manomètre métallique, limitant à 3° la précision de la mesure de l'angle $\theta = 180 \times \frac{n_e - n_o}{\lambda} e$ suffisent seule-

---

(1) DUFET, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 389; 1885.

(2) JOUBERT, *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 5; 1879.

(3) VALLERANT, *Bulletin de la Société française de Minéralogie*, t. XX, nos 1, 2; 1897.

(4) P. 113.

ment pour démontrer le fait fondamental que j'ai énoncé. De nouvelles conclusions ne peuvent être formulées que si l'on perfectionne le dispositif expérimental. Le perfectionnement relatif à la mesure de la pression peut être obtenu par l'emploi du procédé optique lui-même. On associe à l'appareil en expérience un appareil du même type, contenant deux quartz parallèles à l'axe, de même épaisseur, accolés bout à bout et dont les sections principales sont perpendiculaires. Ses indications sont : 1° proportionnelles à la pression qui est la même dans l'ensemble des deux appareils; 2° indépendantes de la température dont les effets sur la biréfringence se compensent dans l'un et dans l'autre des deux quartz associés; 3° peu sensibles à l'influence perturbatrice provenant de l'émission de deux lumières monochromatiques par le chlorure de sodium incandescent. Les différents quartz peuvent ainsi être comparés à des pressions mesurées à près de $\frac{1}{10}$ d'atmosphère; un tel dispositif permet donc d'attribuer aux résultats une précision de l'ordre de celle fournie par la méthode optique. Cette méthode entraîne avec elle un autre perfectionnement; elle permet d'obtenir d'une façon plus rigoureuse l'épaisseur des quarts d'onde utilisés.

b. Il serait intéressant de généraliser la loi dont j'ai fait la démonstration expérimentale et de déterminer quelles devraient être les modifications à faire subir à son énoncé pour des cristaux appartenant soit au système cubique, soit au système quadratique, soit au système ternaire, soit au système hexagonal.

Le cas du système cubique a été étudié par Wertheim [1] avec l'alun, le sel gemme et la fluorine. Pour l'alun, « les axes optiques, au lieu de coïncider avec les axes méca-

---

[1] WERTHEIM, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 3e série, t. XL, p. 169; 1854.

niques, font avec ceux-ci un angle qui change de grandeur et de direction, selon que l'on fait agir la force mécanique sur l'une ou l'autre paire des faces du cube; cet angle ne varie pas avec la charge ». Ce fait singulier se présente-t-il dans tous les échantillons d'alun et pourrait-on le constater dans le sel gemme? A ma connaissance, aucune expérience nouvelle n'a été faite; les déterminations devraient porter sur de nombreux cristaux de même nature, ne présentant pas le phénomène de la polarisation lamellaire signalé par Biot (1). Les perfectionnements apportés depuis Wertheim aux méthodes et aux appareils de mesure permettraient d'énoncer des conclusions en toute sécurité. L'affirmation erronée de cet auteur sur la non-existence du pouvoir rotatoire magnétique dans le cas du spath n'a-t-elle pas été contredite par les expériences de Chauvin (2)?

c. Les faits que j'ai énoncés et les méthodes que j'ai décrites intéressent la *Minéralogie*. Les expériences que je compte poursuivre intéressent l'*Optique physique* dans une de ses branches les plus importantes. Elles peuvent contribuer à la comparaison des déformations optiques et mécaniques, et, par suite, à la recherche des relations existant entre l'éther lumineux et la matière. Jusqu'à ce jour, il n'a pas été obtenu de résultats satisfaisants à cet égard. Ainsi que le dit M. Mascart (3), « il serait utile de déterminer sur une même substance tous les éléments du problème ». Le quartz paraît convenir pour cette étude. Il est possible d'obtenir des échantillons de dimensions convenables avec des propriétés optiques comparables, si l'on vérifie leur pureté au Norremberg en lumière jaune et parallèle. De plus, les propriétés

(1) Biot, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XVIII, p. 735; 1844.

(2) Chauvin, *Journal de Physique*, 2e série, p. 5; 1890.

(3) Mascart, *Traité d'Optique*, t. II, p. 244.

élastiques d'un même échantillon restent identiques à elles-mêmes, après des compressions dépassant 500^{kg} par centimètre carré ([1]), sous l'influence desquelles il ne subit pas de déformations permanentes. S'il est démontré que les phénomènes d'élasticité optique sont identiques dans les différents échantillons, les résultats expérimentaux de M. Voigt et d'autres auteurs, relatifs à la déformation mécanique, pourront servir dans cette étude. S'il n'en est pas ainsi, il restera à entreprendre sur les échantillons déjà utilisés les mesures relatives à l'élasticité mécanique. Le but à atteindre est digne des nouvelles difficultés expérimentales qu'il s'agira de surmonter.

RÉSUMÉ.

1° Le système, composé d'une lame cristalline et d'un quart d'onde dont les sections principales sont à 45° l'une de l'autre jouit de la propriété des corps doués du pouvoir rotatoire, quand il est éclairé par de la lumière polarisée circulairement ou de la lumière polarisée rectilignement à 45° de la section principale du cristal. Guidé par cette analogie, signalée par Fizeau et Foucault, j'ai fait usage de l'analyseur à pénombre pour mesurer, avec une très grande précision, la biréfringence en lumière monochromatique.

J'ai discuté cette méthode et déterminé en particulier l'effet des réflexions intérieures qui provoquent des perturbations dont l'influence est de l'ordre de la précision des mesures ([2]).

([1]) BEAULARD, Thèse, p. 155.

([2]) Je rappelle qu'une lame de quartz parallèle, d'épaisseur telle que $\frac{n_e - n_o}{\lambda} e = \frac{5}{4}$, donne à l'émergence deux vibrations présentant entre elles une différence de phase égale à 1,2569, au lieu de 1,25. Cet écart correspond, sur la mesure de l'angle θ, à une erreur de 3', alors que la précision du pointé peut atteindre 2'.

2° J'ai indiqué une méthode *nouvelle* de mesure de la biréfringence, lorsque celle-ci se superpose au pouvoir rotatoire; cette méthode, bien que très différente en principe de la méthode précédente, est intéressante parce qu'elle utilise à peu près les mêmes appareils et donne, dans certains cas particuliers, une précision du même ordre.

3° J'ai pu ainsi vérifier, par deux procédés distincts, se contrôlant l'un et l'autre, la proportionnalité de la biréfringence à la pression, et *mettre en évidence des déformations différentes de la surface d'onde, pour des compressions normales à l'axe ternaire, lorsque ces actions font des angles différents avec le système des axes binaires.*

J'ai obtenu, dans la direction d'un axe binaire, le même résultat que dans la direction perpendiculaire située dans le plan des axes binaires. M. Voigt avait démontré déjà l'identité de ces deux directions au point de vue des déformations mécaniques.

4° Les pressions ont été obtenues à l'aide d'un compresseur hydraulique qui présente un perfectionnement appréciable sur les procédés employés par Wertheim (1) et, en dernier lieu, par M. Beaulard (2).

APPENDICE.

SUPERPOSITION DU POUVOIR ROTATOIRE ET DE LA BIRÉFRINGENCE.

I. *Introduction.* — Dans une direction inclinée par rapport à l'axe du quartz, où interviennent la biréfringence et le pouvoir rotatoire, il se propage, sans déformation,

(1) WERTHEIM, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XL, p. 169; 1854.

(2) BEAULARD, Thèse, p. 118; 1893.

deux vibrations elliptiques privilégiées, de giration inverse, ayant leurs grands axes respectivement perpendiculaire et parallèle à la direction principale de la biréfringence [1]. La valeur k, positive et inférieure à l'unité, du rapport des axes, qui est la même pour chacune des ellipses, dépend de la différence de marche φ des vibrations principales, qui seraient dues à la double réfraction seule, ainsi que de la rotation totale ω du plan de polarisation. Elle est donnée par la relation

$$k^2 + \frac{2\pi}{\omega} \cdot \frac{\varphi}{\lambda} \cdot k - 1 = 0.$$

La différence de marche δ des deux vibrations elliptiques est donnée par

$$\pi \frac{\delta}{\lambda} = \sqrt{\omega^2 + \left(\frac{\pi\varphi}{\lambda}\right)^2}.$$

Ces formules, dues à M. Gouy [2], permettent l'étude de la déformation que subit la lumière polarisée, traversant une lame biréfringente douée du pouvoir rotatoire. Elles conduisent à des résultats retrouvés géométriquement par M. Wiener [3] et vérifiés expérimentalement par MM. Wedding [4], Chauvin [5], Beaulard [6] et Monnory [7]. Toutefois, leurs applications à l'étude de la déformation de la vibration elliptique émergente, lorsqu'on fait varier, soit l'épaisseur du cristal, soit le pouvoir rotatoire, soit la biréfringence, présentent de grandes complications, si l'on rapporte cette ellipse aux directions

---

(1) Airy, *Cambr. Trans.*, t. IV; 1831.
(2) Gouy, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 149; 1895.
(3) Wiener, *Annalen der Physik*, folge II, t. XXXV, p. 1; 1885.
(4) Wedding, *Annalen der Physik*, folge II, t. XXXV, p. 25.
(5) Chauvin, *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 1.
(6) Beaulard, *Journal de Physique*, 3e série, t. II, p. 393.
(7) Monnory, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXII, p. 428.

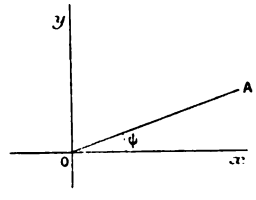
principales de la biréfringence. Il suffit, pour s'en convaincre, de lire la discussion très soignée de M. Monnory [1], relative cependant au seul cas particulier où la vibration incidente est dans le plan de section principale de la lame cristalline.

Cette discussion est simplifiée, si l'on rapporte, ainsi que le fait M. Mascart [2], l'ellipse émergente à deux diamètres conjugués convenablement choisis et obtenus en procédant par analogie avec le cas où la biréfringence est nulle et où le pouvoir rotatoire intervient seul.

Je vais donner dans cet Appendice, après avoir rappelé les formules qui s'en déduisent, les conséquences directes auxquelles ces formules conduisent.

II. La vibration rectiligne $\overline{OA}$ (*fig.* 14), qui fait

Fig. 14.



l'angle ψ avec la direction principale de la biréfringence $\overline{Ox}$ et qui a pour expression : $OA = \sin 2\pi \frac{t}{T}$, est équivalente aux deux vibrations rectilignes

$$(1) \qquad \begin{cases} x = \cos\psi \sin 2\pi \frac{t}{T}, \\ y = \sin\psi \sin 2\pi \frac{t}{T}, \end{cases}$$

suivant Ox et Oy.

---

(1) MONNORY, *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 277; 1890.
(2) MASCART, *Traité d'Optique*, t. I, p. 173.

On peut aussi l'identifier aux deux vibrations elliptiques privilégiées inverses et d'égale amplitude k, présentant les avances de phase $\frac{\delta_1}{\lambda}$ et $\frac{\delta_2}{\lambda}$:

$$(1\ bis)\quad \left\{\begin{array}{ll} (\mathrm{D}) & \left\{\begin{array}{l} x_1 = a_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_1}{\lambda}\right) \\ y_1 = k a_1 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_1}{\lambda}\right) \end{array}\right\} \searrow \mathrm{D}. \\ (\mathrm{G}) & \left\{\begin{array}{l} x_2 = k b_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_2}{\lambda}\right) \\ y_2 = -\, b_2 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_2}{\lambda}\right) \end{array}\right\} \swarrow \mathrm{G}. \end{array}\right.$$

Le calcul des constantes a_1, b_2, δ_1, δ_2, en fonction de k et de ψ, s'obtient en identifiant les expressions, déduites de (1) et (1 *bis*),

$$x = x_1 + x_2,$$
$$y = y_1 + y_2:$$

c'est-à-dire, en égalant dans les deux membres les coefficients de $\sin 2\pi \frac{t}{T}$ et de $\cos 2\pi \frac{t}{T}$. Il en résulte les égalités

$$(1\ ter)\quad \left\{\begin{array}{l} a_1 \cos 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda} = \frac{\cos\psi}{1+k^2}, \\ a_1 \sin 2\pi \frac{\delta_1}{\lambda} = \frac{-k\sin\psi}{1+k^2}, \\ b_2 \cos 2\pi \frac{\delta_2}{\lambda} = \frac{k\cos\psi}{1+k^2}, \\ b_2 \sin 2\pi \frac{\delta_2}{\lambda} = \frac{\sin\psi}{1+k^2}. \end{array}\right.$$

Avant d'aller plus loin et afin de procéder par analogie, considérons le cas où les vibrations privilégiées sont des cercles et où le pouvoir rotatoire existe seul. Les vibrations circulaires inverses, qui représentent la vibra-

tion rectiligne parallèle à Ox,

$$\begin{cases} x = a \sin 2\pi \frac{t}{T}, \\ y = a \cos 2\pi \frac{t}{T}, \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \quad a \sin 2\pi \frac{t}{T}, \\ y = -a \cos 2\pi \frac{t}{T}, \end{cases}$$

se propagent avec des vitesses différentes définies par les indices n_d et n_g, de telle sorte qu'à l'émergence d'une lame d'épaisseur e les vibrations sont représentées par les équations

$$\begin{cases} x_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_d e}{\lambda}\right), \\ y_1 = a \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_d e}{\lambda}\right), \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_g e}{\lambda}\right), \\ y_2 = a \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_g e}{\lambda}\right). \end{cases}$$

La résultante de ces vibrations est définie par

$$X = x_1 + x_2 = 2a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{n_d + n_g}{\lambda} e\right) \cos \pi \frac{n_d - n_g}{\lambda} e,$$

$$Y = y_1 + y_2 = 2a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_d + n_g}{\lambda} e\right) \sin \pi \frac{n_d - n_g}{\lambda} e.$$

Cette vibration résultante est rectiligne et fait avec l'axe des x, dans le sens du pouvoir rotatoire, l'angle $\pi \frac{n_d - n_g}{\lambda} e$ pris en valeur absolue. Le changement des coordonnées qui consiste à prendre pour axe des X cette direction et pour axe des Y la direction conjuguée donne les équations

$$(2) \qquad \begin{cases} X_1 = 2a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_d + n_g}{\lambda} e\right), \\ Y_1 = 0. \end{cases}$$

Dans le cas où la biréfringence se superpose au pou-

voir rotatoire, les deux cercles sont remplacés par les ellipses privilégiées définies par le rapport k des axes. Elles se propagent avec des vitesses différentes caractérisées par les indices n_d et n_g. En émergeant de la lame d'épaisseur e, les vibrations sont représentées par les équations

$$(3)\quad \begin{cases} x'_1 = a_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_1}{\lambda} - \frac{n_d e}{\lambda}\right), \\ y'_1 = k a_1 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_1}{\lambda} - \frac{n_d e}{\lambda}\right), \\ x'_2 = k b_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_2}{\lambda} - \frac{n_g e}{\lambda}\right), \\ y'_2 = -b_2 \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{\delta_2}{\lambda} - \frac{n_g e}{\lambda}\right). \end{cases}$$

Cette vibration n'est pas rectiligne, en général, comme dans le cas précédent; mais on peut, par analogie avec les relations (2), la rapporter à deux diamètres conjugués $O\xi$ et $O\eta$ définis par les angles i et i' qu'ils forment avec la direction de la biréfringence, de telle sorte que les composantes définies par les relations

$$(2\,bis)\quad \begin{cases} \xi = a' \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n_d + n_g}{\lambda} e\right) \\ \eta = b' \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n_d + n_g}{\lambda} e\right) \end{cases}$$

représentent les équations de l'ellipse émergente et prennent les valeurs (2) dans le cas d'une biréfringence nulle.

Les constantes a', b', i et i' des formules (2 *bis*) s'obtiennent en identifiant les composantes suivant Ox et Oy données par les relations (3) et (2 *bis*). On doit avoir identiquement

$$\xi \cos i + \eta \cos i' = x'_1 + x'_2,$$
$$\xi \sin i + \eta \sin i' = y'_1 + y'_2,$$

ou

$$a'\cos i\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{n_d+n_g}{\lambda}e\right)+b'\cos i'\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{n_d+n_g}{\lambda}e\right)$$
$$=a_1\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{\delta_1}{\lambda}-\frac{n_d e}{\lambda}\right)+kb_2\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{\delta_2}{\lambda}-\frac{n_g e}{\lambda}\right),$$
$$a'\sin i\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{n_d+n_g}{\lambda}e\right)+b'\sin i'\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{n_d+n_g}{\lambda}e\right)$$
$$=ka_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{\delta_1}{\lambda}-\frac{n_d e}{\lambda}\right)-b_2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{\delta_2}{\lambda}-\frac{n_g e}{\lambda}\right).$$

En égalant dans les deux égalités les coefficients de $\sin 2\pi\frac{t}{T}$ et de $\cos 2\pi\frac{t}{T}$, on déduit les quatre relations

$$a'\cos i=a_1\cos 2\pi\frac{\delta_1-\frac{n_d-n_g}{2}e}{\lambda}+kb_2\cos 2\pi\frac{\delta_2+\frac{n_d-n_g}{2}e}{\lambda},$$
$$a'\sin i=-ka_1\sin 2\pi\frac{\delta_1-\frac{n_d-n_g}{2}e}{\lambda}+b_2\sin 2\pi\frac{\delta_2+\frac{n_d-n_g}{2}e}{\lambda},$$
$$b'\cos i'=a_1\sin 2\pi\frac{\delta_1-\frac{n_d-n_g}{2}e}{\lambda}+kb_2\sin 2\pi\frac{\delta_2+\frac{n_d-n_g}{2}e}{\lambda},$$
$$b'\sin i'=ka_1\cos 2\pi\frac{\delta_1-\frac{n_d-n_g}{2}e}{\lambda}-b_2\cos 2\pi\frac{\delta_2+\frac{n_d-n_g}{2}e}{\lambda}.$$

Si l'on développe et si l'on tient compte des relations (1 *ter*), on obtient

$$a'\cos i=\cos\psi\cos\pi\frac{n_d-n_g}{\lambda}e-\frac{2k}{1+k^2}\sin\psi\sin\pi\frac{n_d-n_g}{\lambda}e,$$
$$a'\sin i=\sin\psi\cos\pi\frac{n_d-n_g}{\lambda}e+\frac{2k}{1+k^2}\cos\psi\sin\pi\frac{n_d-n_g}{\lambda}e,$$
$$b'\cos i'=-\frac{1-k^2}{1+k^2}\cos\psi\sin\pi\frac{n_d-n_g}{\lambda}e,$$
$$b'\sin i'=\frac{1-k^2}{1+k^2}\sin\psi\sin\pi\frac{n_d-n_g}{\lambda}e.$$

Des deux dernières équations on déduit

$$\operatorname{tang} i' = -\operatorname{tang}\psi; \qquad \text{d'où} \qquad i' = -\psi$$

et

$$(4) \qquad b' = -\frac{1-k^2}{1+k^2}\sin\pi\frac{n_d - n_g}{\lambda}e = -\frac{1-k^2}{1+k^2}\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}.$$

Si l'on pose

$$(5) \qquad \operatorname{tang}\rho = \frac{2k}{1+k^2}\operatorname{tang}\pi\frac{\delta}{\lambda},$$

les deux premières équations donnent

$$\operatorname{tang} i = \operatorname{tang}(\psi+\rho); \qquad \text{d'où} \qquad i = \psi + \rho$$

et

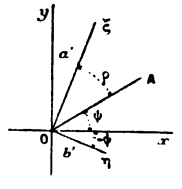
$$(6) \qquad a' = \frac{\cos\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\cos\rho} = \frac{2k}{1+k^2}\frac{\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\sin\rho}.$$

En résumé, à toute vibration rectiligne incidente, faisant l'angle ψ avec la direction principale Ox de la biréfringence correspond une vibration elliptique qu'on peut rapporter à deux diamètres conjugués. L'un, $O\eta$, a une direction symétrique de la vibration incidente par rapport à Ox et a pour expression (*fig.* 15)

$$\eta = b'\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n_d + n_g}{\lambda}e\right):$$

b' est donné par la formule (4).

Fig. 15.



L'autre $O\xi$ fait dans le sens du pouvoir rotatoire, à partir de la vibration incidente, l'angle ρ donné par la

formule (5) et a pour expression

$$\xi = a' \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{n_d + n_g}{\lambda} e\right),$$

a' est donné par la formule (6).

Comme on peut changer à volonté l'origine de la phase, les valeurs de ξ et de η peuvent s'écrire

$$(7) \qquad \begin{cases} \xi = a' \sin 2\pi \dfrac{t}{T}, \\ \eta = b' \cos 2\pi \dfrac{t}{T}. \end{cases}$$

Remarque. — Dans le cas particulier où le pouvoir rotatoire existe seul, k est égal à 1, $b' = 0$ et $a' = 1$, $\rho = \pi \frac{\delta}{\lambda} = \omega$; l'angle ρ représente alors la rotation du plan de polarisation.

III. Discussion. — *Cas général : la vibration incidente fait l'angle ψ différent de 0 avec la direction principale de la biréfringence.* — Supposons, pour fixer les idées, que le pouvoir rotatoire soit gauche. L'axe $O\xi$ (*fig.* 15) fait avec la direction principale de la biréfringence Ox l'angle $\rho + \psi$; l'axe $O\eta$ fait l'angle $-\psi$. L'équation de l'ellipse rapportée aux diamètres conjugués $O\xi$ et $O\eta$

$$\frac{\xi^2}{a'^2} + \frac{\eta^2}{b'^2} - 1 = 0$$

se transforme en prenant pour axes la direction principale de la biréfringence Ox et la direction perpendiculaire Oy, à l'aide des formules

$$\xi = \frac{x \sin(\rho + \psi) + y \cos(\rho + \psi)}{\sin(\rho + 2\psi)},$$

$$\eta = \frac{x \sin\psi + y \cos\psi}{\sin(\rho + 2\psi)},$$

d'où l'on déduit la relation

$$Ax^2 + Cy^2 + Bxy - D = 0.$$

L'angle α que fait avec Ox l'axe de l'ellipse est donné par

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{B}{A - C} = -\frac{b'^2 \sin 2\psi - a'^2 \sin 2(\psi + \theta)}{b'^2 \cos 2\psi + a'^2 \cos 2(\psi + \theta)}.$$

Si l'on pose, ainsi que l'a fait M. Beaulard (Thèse, p. 104), $\operatorname{tang}\varepsilon = k$, on reconnaît que

$$\operatorname{tang}\varepsilon = \frac{2k}{1 - k^2}, \qquad \sin 2\varepsilon = \frac{2k}{1 + k^2}, \qquad \cos 2\varepsilon = \frac{1 - k^2}{1 + k^2},$$

et, par suite,

$$\operatorname{tang}\rho = \sin 2\varepsilon \operatorname{tang}\pi \frac{\delta}{\lambda},$$

$$a' = \frac{\cos \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\cos\rho} = \sin 2\varepsilon \frac{\sin \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\sin\rho},$$

$$b' = -\cos 2\varepsilon \sin \pi \frac{\delta}{\lambda},$$

$$(8) \qquad \frac{\pi\varphi}{\omega\lambda} = \frac{1 - k^2}{2k} = \cot 2\varepsilon,$$

$$(9) \qquad \pi \frac{\delta}{\lambda} = \omega \sqrt{1 + \left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2} = \frac{\omega}{\sin 2\varepsilon}.$$

L'expression de $\operatorname{tang} 2\alpha$ prend la forme

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \sin 2\psi + \sin 2\varepsilon \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \cos 2\psi}{-\sin 2\varepsilon \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \sin 2\psi + \left(\cos^2 2\varepsilon + \sin^2 2\varepsilon \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\right) \cos 2\psi}.$$

Dans cette formule, où ψ a une valeur bien déterminée, ε et $\frac{\delta}{\lambda}$ représentent les variables indépendantes. Elles sont définies sans ambiguïté par les deux relations (8) et (9) en fonction des variables indépendantes ω et φ qui sont

proportionnelles l'une au pouvoir rotatoire et l'autre à la biréfringence. En admettant que ψ conserve une valeur constante, l'angle α passe par un maximum, ou par un minimum lorsque sa différentielle est nulle. Soit D le dénominateur de la fraction qui donne tang 2α; on a la relation

$$\begin{aligned}{}^{1}d(\operatorname{tang} 2\alpha) = {} & 2\left[\sin 2\varepsilon\, d\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right) + \cos 2\varepsilon \sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\, d\varepsilon\right]\sin^2 2\psi \\ & + 2\left[2\sin 2\varepsilon\cos 2\varepsilon\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\left(1-\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)d\varepsilon\right. \\ & \left. - \sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\cos^2 2\varepsilon\, d\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right]\sin 2\psi\cos 2\psi \\ & + 2\left\{\cos 2\varepsilon\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\left[1+\left(1-\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\sin^2 2\varepsilon\right]d\varepsilon\right. \\ & \left. + \sin 2\varepsilon\left(\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\cos^2.2\varepsilon + \sin^2.2\varepsilon\right)d\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)\right\}\cos^2 2\psi = 0.\end{aligned}$$

Telles sont les expressions qui permettent l'étude de la position du grand axe de l'ellipse émergente. Elles comprennent comme cas particulier les formules indiquées dans les recherches antérieures.

IV. *Cas particulier* $\psi = 0$. — L'expression de tang 2α

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{\sin 2\varepsilon \sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\cos^2 2\varepsilon + \sin^2 2\varepsilon\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}}$$

prend la forme indiquée par M. Beaulard (Thèse, p. 109), ou bien

$$\operatorname{tang} 2\alpha = -\frac{\frac{2k}{(1-k^2)^2}(1+k^2)\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}}{1+\left(\frac{2k}{1-k^2}\right)^2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}},$$

qui représente la formule de M. Monnory (*J. de Physique*, 2e série, t. IX, p. 279) et de M. Wiener (*Wied. Ann.*, Folge II, t. XXXV, p. 19).

Les valeurs maxima ou minima de l'angle α se produisent lorsque l'égalité suivante est satisfaite :

$$(10)\quad \left\{\begin{aligned} &\cos 2\varepsilon \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\left[1+\left(1-\cos 2\pi.\frac{\delta}{\lambda}\right)\sin^2 2\varepsilon\right] d\varepsilon \\ &\quad + \sin 2\varepsilon\left(\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda}\cos^2 2\varepsilon + \sin^2 2\varepsilon\right) d\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right) = 0 \end{aligned}\right.$$

L'application de cette relation au cas particulier où seule l'épaisseur du cristal varie (le rapport du pouvoir rotatoire à la biréfringence restant constant) conduit à regarder comme constante la valeur de k et, par suite, la valeur de ε; la différence de marche $\pi\frac{\delta}{\lambda}$ est variable. Par conséquent, la relation (10), où $d\varepsilon$ est nul, conduit au résultat trouvé par M. Monnory (*loc. cit.*, p. 282), en tenant compte de la relation (8)

$$\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = -\operatorname{tang}^2 2\varepsilon = -\left(\frac{\omega\lambda}{\pi\varphi}\right)^2.$$

M. Beaulard (Thèse, p. 114), en se plaçant « dans les conditions d'un pouvoir rotatoire constant, auquel on associe une double réfraction croissante », énonce la même valeur de $\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ qui rend maximum l'angle α. Il ajoute : « Cette variation est mise en évidence par l'expérience et par les courbes qui indiquent la variation de l'angle ». Il y a lieu de signaler l'erreur qu'a commise M. Beaulard; cette formule ne saurait, en effet, être appliquée à ses expériences, pour lesquelles $d\varepsilon$ et $d\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)$ sont différents de 0. Comme le pouvoir rotatoire est constant, on déduit de la formule (9) la différentielle

$$d\left(\pi\frac{\delta}{\lambda}\right) = -\frac{2\omega\cos 2\varepsilon}{\sin^2 2\varepsilon}\,d\varepsilon.$$

La relation qui donne le maximum ou le minimum

dans le cas des expériences de M. Beaulard est

$$\cos 2\varepsilon \left\{ \sin 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \left[1 + \left(1 - \cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \right) \right] \sin^2 2\varepsilon \right.$$
$$\left. - \frac{2\omega}{\sin 2\varepsilon} \left(\cos 2\pi \frac{\delta}{\lambda} \cos^2 2\varepsilon + \sin^2 2\varepsilon \right) \right\} = 0.$$

V. Les particularités de la discussion se retrouvent d'ailleurs facilement en étudiant séparément les variations des vecteurs a' et b' et celle de l'angle ρ qui définit leurs directions. Il serait trop long de développer ici cette étude. Considérons seulement le cas étudié par M. Monnory, où l'épaisseur seule du cristal varie. Alors k et $\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}$ conservent une valeur constante; a' et b' reprennent périodiquement les mêmes valeurs lorsque $\pi \frac{\delta}{\lambda}$ grandit de la quantité π.

Variation de a'

$$a' = \frac{2k}{1+k^2} \frac{\sin \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\sin \rho} = \frac{\cos \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\cos \rho}.$$

Remarquons que les variations de ρ suivent celles de $\frac{\delta}{\lambda}$ et sont les mêmes pour des valeurs différant de $n\pi$; l'angle ρ atteint d'ailleurs, en même temps que $\pi \frac{\delta}{\lambda}$, les valeurs $2n\pi$, $2n\pi + \frac{\pi}{2}$, $2n\pi + \pi$, ... Les valeurs de a sont constamment positives, supérieures à $\frac{2k}{1+k^2}$, puisque $\frac{\sin \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\sin \rho}$ est > 1, et inférieures à 1, puisque $\frac{\cos \pi \frac{\delta}{\lambda}}{\cos \rho}$ est < 1.

a' prend la valeur 1, pour $\pi \frac{\delta}{\lambda} = \rho = n\pi$,

a' prend la valeur $\frac{2k}{1+k^2}$ pour $\pi \frac{\delta}{\lambda} = \rho = (2n+1)\frac{\pi}{2}$.

La dérivée

$$\frac{da'}{d\rho} = -\frac{(1-k^2)^2}{2k(1+k^2)} \cos \pi \frac{\delta}{\lambda} \sin \pi \frac{\delta}{\lambda} \sqrt{\cos^2 \pi \frac{\delta}{\lambda} + \left(\frac{2k}{1+k^2} \right)^2 \sin^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}}$$

s'annule pour les valeurs $\rho = \pi \frac{\delta}{\lambda} = n_1 \frac{\pi}{2}$. La tangente à la courbe $a' = f(\rho)$ est parallèle à l'axe des ρ aux points pour lesquels $a' = 1$ et $a' = \frac{2k}{1+k^2}$.

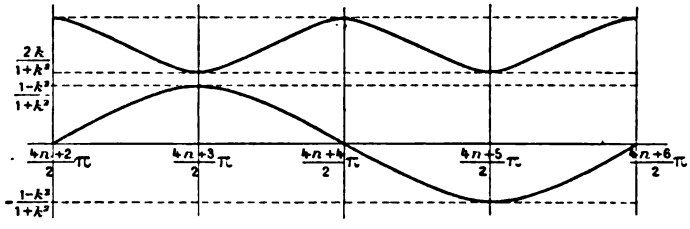
Variation de b' :

$$b' = -\frac{1-k^2}{1+k^2} \sin \pi \frac{\delta}{\lambda}.$$

La variation est sinusoïdale (*fig.* 16).

Rassemblons sur un même diagramme les variations de a' et b' en portant les angles ρ en abscisses et les valeurs

Fig. 16.



de a' et b' en ordonnées. On peut, à l'aide de ces courbes, suivre graphiquement la déformation de l'ellipse émergente en construisant les diamètres conjugués dans chacun des cas; l'allure de la variation change suivant que les maxima de la courbe b' empiètent ou non sur les minima de la courbe a'. La comparaison de ces valeurs $\frac{2k}{1+k^2} \gtrless \frac{1-k^2}{1+k^2}$ donne $k \gtrless \sqrt{2-1}$. Ce sont les deux cas principaux envisagés par M. Monnory.

Je me borne à indiquer ce rapprochement, sans insister sur les résultats déjà énoncés par cet auteur.

VI. Dans le cas où φ et ω varient indépendamment l'un de l'autre, il est intéressant de déterminer les relations qui doivent être satisfaites pour que la lumière émergente soit circulaire ou rectiligne.

Lumière circulaire. — Ce résultat est obtenu lorsque les vecteurs a' et b' sont égaux en valeur absolue et font entre eux l'angle ρ égal à $(2n+1)\frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire lorsque

$$\frac{2k}{1+k^2}\,\frac{\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\sin\rho} = \frac{1-k^2}{1+k^2}\sin\pi\frac{\delta}{\lambda} \qquad \text{ou} \qquad k^2+2k-1=0.$$

Comme k est donné par la relation $k^2+2\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}k-1=0$, la condition se réduit à l'égalité $\frac{\varphi}{\omega\lambda}=1$ ou $\frac{\varphi}{\lambda}=\frac{\omega}{\pi}$ (Monnory, *loc. cit.*, p. 284).

Il faut aussi que

$$\rho=\frac{\pi\delta}{\lambda}=(2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\omega^2}{\pi^2}+\left(\frac{\varphi}{\lambda}\right)^2=\frac{(2n+1)^2}{4}$$

(Monnory, *loc. cit.*, p. 284).

Lumière rectiligne. — Pour qu'il en soit ainsi, il faut que les deux vecteurs a' ou b' soient en ligne droite, ou bien que l'un d'entre eux soit nul. La condition $\rho=\pi\frac{\delta}{\lambda}=n\pi$ convient à la fois à ces deux cas. On a donc

$$\pi\frac{\delta}{\lambda}=\sqrt{\omega^2+\left(\frac{\pi\varphi}{\lambda}\right)^2}=n\pi \qquad \text{ou} \qquad \left(\frac{\varphi}{\lambda}\right)^2=n^2-\frac{\omega^2}{\pi^2}$$

(Monnory, *loc. cit.*, p. 285).

VII. A la page 38 de son Mémoire M. Beaulard signale, sans la démontrer, une méthode précise de contrôle de la perpendicularité aux faces polies du cristal, de l'axe optique d'un quartz épais. On le dispose, entre un polariseur et un analyseur croisés, de manière à rendre normal à la face d'entrée le faisceau incident de lumière parallèle; le spectre est sillonné de cannelures, qui se déplacent vers le rouge, quand on incline le cristal par rapport à la lumière incidente; une même inclinaison du quartz, de part et d'autre de la normale, doit correspondre,

sur le fil du réticule de la lunette du spectroscope, au passage d'un même nombre de franges.

Ce procédé est la conséquence directe des formules que j'ai rappelées. Quelle que soit la direction de la vibration incidente, la lumière émergente est rectiligne pour les longueurs d'onde qui satisfont à la relation $\pi\frac{\delta}{\lambda} = n\pi$.

Le vecteur $b' = -\frac{1-k^2}{1+k^2}\sin\pi\frac{\delta}{\lambda}$ est nul; le vecteur $a' = \frac{\cos\pi\frac{\delta}{\lambda}}{\cos\rho}$ est égal à l'unité. Comme $\rho = \pi\frac{\delta}{\lambda} = n\pi$, la vibration émergente est dans la direction de la vibration incidente. Le polariseur et l'analyseur étant à angle droit, tout se passe comme si, le pouvoir rotatoire intervenant seul, la rotation du plan de polarisation était multipliée par le coefficient $\sqrt{1+\left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2}$, ou encore comme si, le pouvoir rotatoire restant constant, l'épaisseur du cristal était multipliée par le même coefficient. La relation

$$n\pi = \pi\frac{\delta}{\lambda} = \omega\sqrt{1+\left(\frac{\pi\varphi}{\omega\lambda}\right)^2},$$

qui définit la cannelure de rang n, correspond à des longueurs d'onde croissant avec la biréfringence. Une augmentation de la biréfringence déplace ainsi les cannelures vers le rouge.

Si l'axe du quartz est exactement perpendiculaire aux faces d'entrée et de sortie de la lumière, une même inclinaison, dans une orientation quelconque, introduit les mêmes variations de la biréfringence et correspond par suite au passage du même nombre de franges sur la croisée des fils du réticule.

Avec le polariseur et l'analyseur parallèles, on ne constate pas les mêmes apparences; la netteté des cannelures diminue avec l'augmentation de la biréfringence; c'est

ce qui résulte du fait que le vecteur b' ne s'annule que lorsque la lumière émergente vibre dans la même direction que la lumière incidente. Dans une direction différente, le vecteur b' n'est pas nul; il ne se produit de la lumière rectiligne que lorsque les vecteurs a' et b' sont dans une même direction; mais cette direction varie d'une longueur d'onde à l'autre.

En somme, lorsque la biréfringence se superpose au pouvoir rotatoire, un analyseur, dans une position déterminée, ne saurait donner des franges nettes dans toute l'étendue du spectre, excepté dans le cas où sa section principale est perpendiculaire à celle du polariseur.

En terminant, je suis heureux d'adresser mes remercîments et d'exprimer ma reconnaissance à mon maître, M. Bouty, qui a bien voulu m'encourager et me diriger dans le cours de ces recherches.

Vu et approuvé :
Paris, le 28 mars 1898.
LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :
Paris, le 28 mars 1898.
LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
GRÉARD.

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE THÈSE.

POUVOIR ROTATOIRE DU QUARTZ DANS L'INFRA-ROUGE.

Pages

INTRODUCTION 1

I. Principe de la méthode 2

II. Disposition expérimentale. Description des appareils :

1° Source calorifique et lentille éclairante 7

2° Collimateur 9

3° Plate-forme du goniomètre et prisme 9

4° Cercle gradué 10

5° Canons de quartz 10

6° Analyseur biréfringent 11

7° Pile thermo-électrique et galvanomètres 12

III. Réglage des appareils :

1° Collimateur 13

2° Orientation de l'axe optique normalement à l'axe de rotation de la plate-forme du goniomètre 13

3° Fixation de la position du point lumineux éclairant 14

4° Rendre la fente parallèle à l'axe de rotation de la plate-forme du goniomètre 14

5° Réglage du canon de quartz, de l'analyseur biréfringent et de la lunette 15

IV. Description des expériences et résultats obtenus avec le quartz n° 1 16

Détermination de la rotation du plan de polarisation pour chacun des repères 26

V. Discussion des résultats obtenus avec le quartz n° 1.

I. Causes d'erreur dues à la méthode :

1° Obliquité des rayons par rapport à l'axe du quartz.. 27

2° Influence de la déformation de l'image spectrale.. 36

3° Influence de l'inégalité des affaiblissements exercés par l'analyseur biréfringent sur les rayons ordinaire et extraordinaire .....

4° Influence de la largeur de la fente .....

Pages

II. Causes d'erreur dues à un défaut de construction des appareils :

1° Influence d'un défaut de taille du quartz..... 39
2° Le prisme de spath peut ne pas avoir son arête parallèle à son axe..... 39

III. Résultats corrigés relatifs au quartz n° 1..... 40

VI. Résultat obtenu avec le quartz n° 2..... 42

VII. Étude critique des recherches antérieures sur le pouvoir rotatoire du quartz dans l'infra-rouge..... 45

1° Expériences de MM. Carvallo et Moreau..... 47
2° Expériences de M. Hupe..... 52

VIII. Formules empiriques et conclusions..... 53

NOTE..... 58

DEUXIÈME THÈSE.

VARIATION DE LA BIRÉFRINGENCE DU QUARTZ AVEC LA DIRECTION DE LA COMPRESSION.

INTRODUCTION..... 63

CHAP. I. — Méthode de mesure de la biréfringence dans une direction de propagation normale à l'axe.

I. Principe de la méthode..... 67
Précision de la méthode..... 69

II. Disposition expérimentale et description des appareils :

1° Système éclairant..... 70
2° Collimateur..... 71
3° Nicol et polariseur circulaire..... 71
4° Quartz..... 72
5° Compresseur hydraulique..... 73
6° Manomètre..... 75
7° Quart d'onde..... 76
8° Analyseur à pénombre..... 77

III. Mise en place des appareils et réglage.
Premier cas. — Emploi du polariseur rectiligne..... 78

1° Orientation du polariseur et de l'analyseur..... 78
2° Orientation du premier quartz et du quart d'onde. 79

Deuxième cas. — Emploi du polariseur circulaire..... 80

Pages

IV. Discussion de la méthode.

I. Influence de l'existence de deux radiations dans la lumière jaune..... 81

II. Causes d'erreur dues à la méthode :

1° Influence de l'orientation des axes optiques des cristaux par rapport à la vibration incidente et à la lame quart d'onde..... 85

2° Influence d'un défaut d'orientation de la section principale du quartz comprimé..... 87

3° Influence des réflexions à l'intérieur des lames cristallines..... 90

4° La lame quart d'onde présente entre ses deux directions principales la différence de phase $\frac{1}{4}+\varepsilon$... 96

CHAP. II. — Méthode de mesure de la biréfringence dans une direction de propagation parallèle à l'axe.

I. Principe de la méthode :

1° Introduction..... 97

2° Détermination expérimentale de l'angle ρ..... 102

3° Variation de la sensibilité de la méthode et application..... 103

II. Disposition expérimentale et description des appareils... 104

III. Mise en place des appareils et réglage..... 106

IV. Discussion de la méthode et des causes d'erreur..... 107

CHAP. III. — Résultats des expériences et conclusions :

1° Quartz parallèles à l'axe..... 108

2° Quartz perpendiculaires à l'axe..... 114

3° Application..... 119

Résumé..... 124

APPENDICE. — Superposition du pouvoir rotatoire et de la biréfringence..... 125

2996. PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
Quai des Grands-Augustins, 55.

R.S.

JUL 14 1948